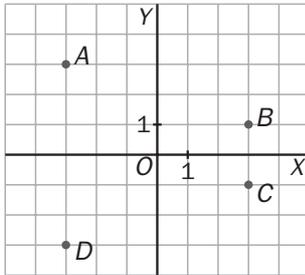


## 8 FUNCIONES: PROPIEDADES GLOBALES

### EJERCICIOS PROPUESTOS

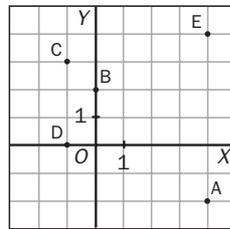
8.1 Escribe las coordenadas de los puntos que aparecen en la figura.



$A(-3, 3)$   
 $B(3, 1)$   
 $C(3, -1)$   
 $D(-3, -3)$

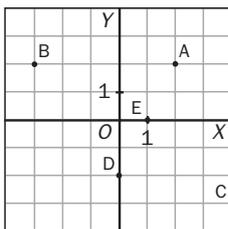
8.2 Representa estos puntos en un eje de coordenadas.

$A(4, -2)$   
 $B(0, 2)$   
 $C(-1, 3)$   
 $D(-1, 0)$   
 $E(4, 4)$



8.3 Representa estos puntos en unos ejes de coordenadas indicando su cuadrante.

$A(2, 2)$        $B(-3, 2)$        $C(4, -3)$        $D(0, -2)$        $E(1, 0)$

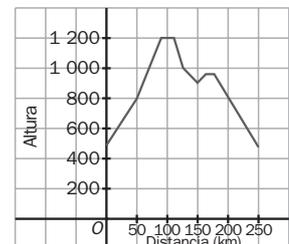


Primer cuadrante:  $A(2, 2)$   
 Segundo cuadrante:  $B(-3, 2)$   
 Cuarto cuadrante:  $C(4, -3)$   
 El punto  $D(0, -2)$  está sobre el eje de ordenadas y el punto  $E(1, 0)$  está sobre el eje de abscisas.

8.4 La gráfica representa una etapa ciclista. A cada distancia del punto de salida le corresponde una determinada altitud.

- a) ¿Cuál es la variable independiente?  
 b) ¿Cuándo se alcanza la mayor altitud?

- a) La variable independiente es la distancia del punto de salida.  
 b) La mayor altitud se alcanza entre los 75 y 125 km de distancia del punto de salida.



8.5 Escribe la fórmula del perímetro de un triángulo equilátero en función de sus lados.

El perímetro  $P$  se obtiene multiplicando por 3 la longitud  $x$  del lado, por tanto:  $P = 3x$

8.6 En la tabla se representa la temperatura de una persona a lo largo de un día.

Hora	0	4	8	12	16	20	24
Temperatura (°C)	38	36	36,5	36	38	39	38

- a) ¿Cuál es la variable dependiente?  
 b) ¿Cuándo varió más la temperatura?

- a) La variable dependiente es la temperatura (°C).  
 b) La máxima variación se produjo entre las 0 y las 4 horas, y entre las 12 y las 16 horas.

8.7 Pon un ejemplo de una relación que sea función.

La relación existente entre el tiempo y la distancia recorrida por un ciclista que viaja a velocidad constante.

8.8 Da un ejemplo de una relación que no sea función.

La relación existente entre el área de un rectángulo y la medida de su lado mayor, porque hay varias combinaciones para cada caso. Por ejemplo, un rectángulo de 12 cm<sup>2</sup> de área puede tener dimensiones 6 × 2 ó 4 × 3.

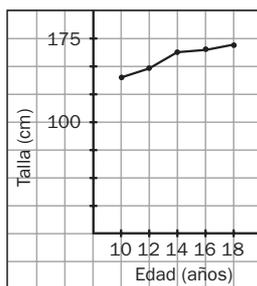
8.9 Una función asigna a cada número entero el resultado de multiplicarlo por 4 y restarle 1.

- a) Escribe la fórmula general de dicha función.  
 b) Calcula la imagen del 7.

- a)  $f(x) = 4 \cdot x - 1$   
 b)  $f(7) = 4 \cdot 7 - 1 = 28 - 1 = 27$

8.10 Representa gráficamente cómo ha crecido Inés.

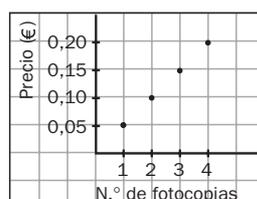
Edad (años)	10	12	14	16	18
Talla (cm)	140	149	158	160	161



8.11 Haz la representación gráfica de los puntos de esta tabla.

N.º de fotocopias	1	2	3	4
Precio (€)	0,05	0,10	0,15	0,20

- a) Razona si hay que unir los puntos o no.  
 b) ¿Cuánto pagarías por 7 fotocopias?

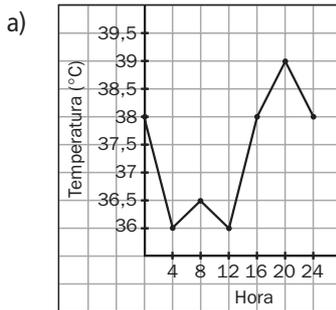


- a) No tiene sentido unir los puntos, ya que el número de fotocopias ha de ser entero.  
 b) Por 7 fotocopias se pagarían  $0,05 \cdot 7 = 0,35$  €.

8.12 En la tabla se representa la temperatura de una persona a lo largo de un día.

Hora	0	4	8	12	16	20	24
Temperatura (°C)	38	36	36,5	36	38	39	38

- a) Haz la representación gráfica de la tabla.  
 b) ¿En qué momentos del día la persona tuvo la misma temperatura?  
 c) ¿A qué hora tuvo la máxima fiebre?

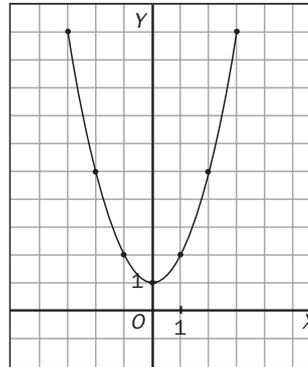


- b) A las 0 h, a las 16 h y a las 24 h tuvo 38 °C. A las 4 h y a las 12 h tuvo 36 °C.  
 c) A las 20 h tuvo 39 °C, la máxima temperatura que alcanzó a lo largo del día.

8.13 Representa gráficamente la función definida por  $f(x) = x^2 + 1$ , siendo  $x$  un número real.

En primer lugar se construye una tabla, y a continuación se representan los puntos en una gráfica y se unen:

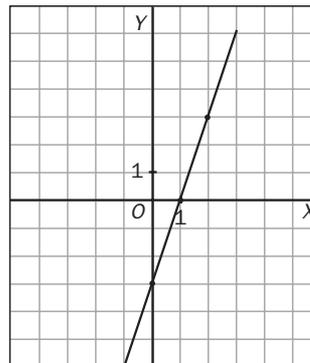
x	y	Puntos
-3	10	A(-3, 10)
-2	5	B(-2, 5)
-1	2	C(-1, 2)
0	1	D(0, 1)
1	2	E(1, 2)
2	5	F(2, 5)
3	10	G(3, 10)



8.14 Escribe la fórmula de la función que asocia a cada número entero su triple menos 3 y represéntala gráficamente.

La fórmula de la función es  $f(x) = 3x - 3$ .

x	y	Puntos
-2	$3 \cdot (-2) - 3 = -9$	(-2, -9)
-1	$3 \cdot (-1) - 3 = -6$	(-1, -6)
0	$3 \cdot 0 - 3 = -3$	(0, -3)
1	$3 \cdot 1 - 3 = 0$	(1, 0)
2	$3 \cdot 2 - 3 = 3$	(2, 3)



8.15 Completa en tu cuaderno esta tabla.

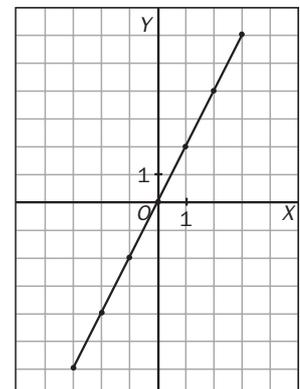
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y		-4		0			6

- a) Escribe la fórmula de la función de la tabla.  
 b) Represéntala gráficamente (considera  $x$  real).

a)

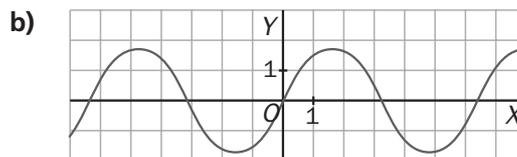
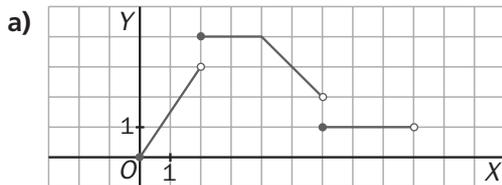
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

b)



Se observa que la función asocia a cada número su doble, luego la fórmula es:  $f(x) = 2x$

8.16 Explica si las siguientes gráficas corresponden a funciones continuas o discontinuas, y en este caso, señala los puntos de discontinuidad.

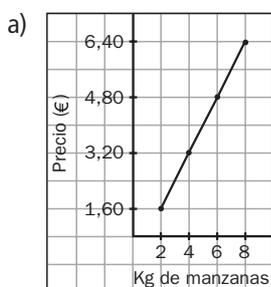


- a) La función es discontinua en  $x = 2$  y  $x = 6$ .  
 b) La función es continua.

8.17 a) Representa gráficamente la función que viene dada siguiente tabla de valores.

Kg de manzanas	2	4	6	8
Precio en euros	1,60	3,20	4,80	6,40

b) ¿Tiene sentido unir los puntos? Razona tu respuesta.

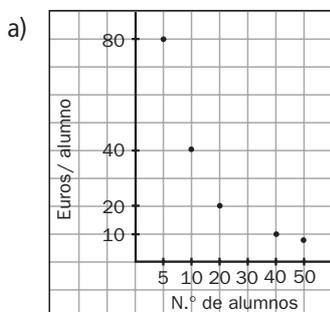


b) Sí tiene sentido unir los puntos, ya que se pueden adquirir cantidades de manzanas que no sean kilos enteros, por ejemplo, 3,57 kg.

8.18 Un grupo de alumnos va a alquilar un autobús para una excursión por 400 euros. La tabla recoge cuánto debe pagar cada uno dependiendo del número de alumnos que vaya.

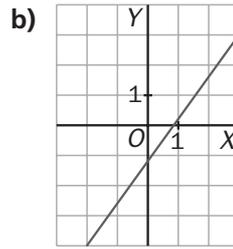
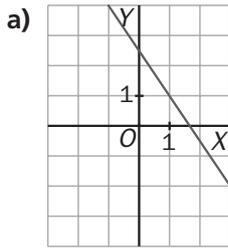
N.º de alumnos	5	10	20	40	50
Euros/alumno	80	40	20	10	8

- a) Representa la función correspondiente.  
 b) ¿Tiene sentido unir los puntos? Razona tu respuesta.



b) No tiene sentido unir los puntos, puesto que el número de alumnos ha de ser entero. No tiene sentido hablar de 1,5 alumnos, por ejemplo.

8.19 Indica si son crecientes o decrecientes las funciones siguientes.



- a) La función es decreciente: a medida que aumenta la variable  $x$ , disminuye la variable  $y$ .  
 b) La función es creciente: a medida que aumenta la variable  $x$ , aumenta la variable  $y$ .

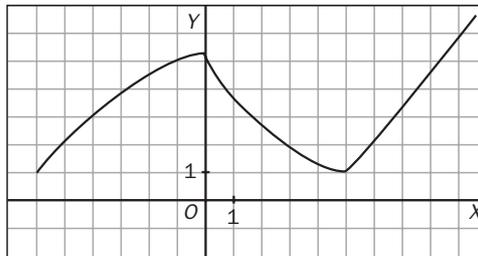
8.20 Explica si son crecientes o decrecientes las funciones asociadas a las siguientes situaciones.

a) El precio de una llamada telefónica según su duración.

b) La gasolina que contiene el depósito de un coche según los kilómetros recorridos.

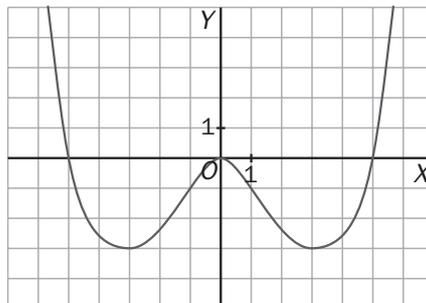
- a) La variable independiente es la duración de la llamada. La variable dependiente, el precio de la misma. A medida que aumenta la duración de la llamada, aumenta su precio, por lo que la función es creciente.  
 b) La variable independiente es el número de kilómetros recorridos. La variable dependiente, la gasolina que contiene el depósito. A medida que aumenta el número de kilómetros recorridos, disminuye la gasolina que contiene el depósito, por lo que la función es decreciente.

8.21 Dibuja una función continua que sólo sea decreciente en el intervalo comprendido entre  $x = 0$  y  $x = 6$ .



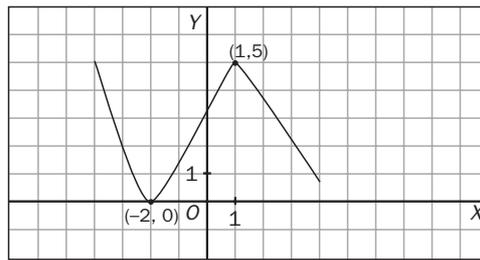
8.22 a) Señala los máximos y los mínimos de la siguiente función.

b) ¿Qué valor toma la función en dichos puntos?

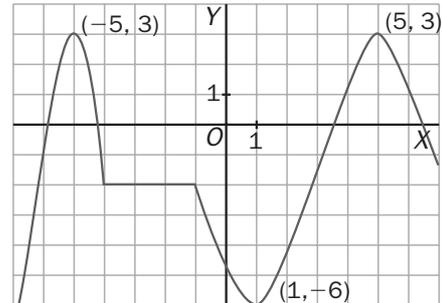
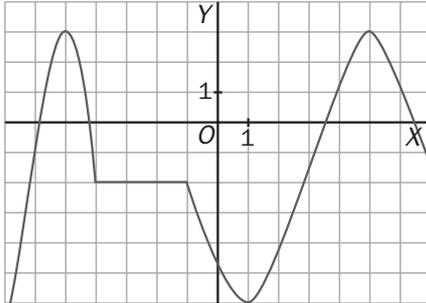


- a) La función presenta un mínimo en  $x = -3$ , un máximo en  $x = 0$  y un mínimo en  $x = 3$ .  
 b) En  $x = -3$ ,  $y = -3$ ; en  $x = 0$ ,  $y = 0$  y en  $x = 3$ ,  $y = -3$ .

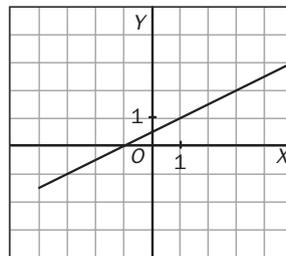
- 8.23 Dibuja la gráfica de una función continua que presente un mínimo en el punto de coordenadas  $(-2, 0)$  y un máximo en  $(1, 5)$ .



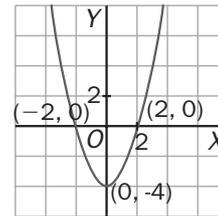
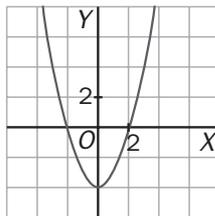
- 8.24 Escribe las coordenadas de los máximos y los mínimos de la siguiente función.



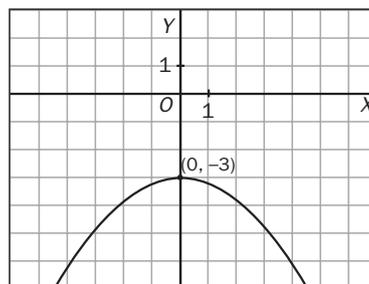
- 8.25 Dibuja la gráfica de una función continua que no tenga máximos ni mínimos.



- 8.26 Indica las coordenadas de los puntos en los que la función corta a los ejes.



- 8.27 Representa una función que corte al eje  $OY$  en el punto  $(0, -3)$  y que no corte al eje de abscisas.

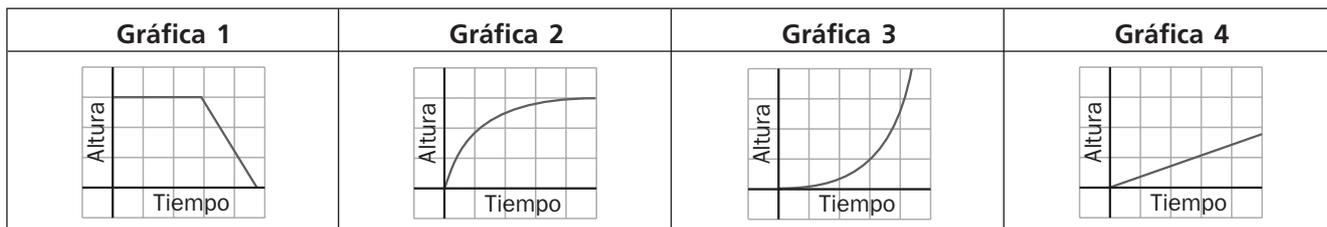


- 8.28 ¿En cuántos puntos puede cortar la gráfica de una función al eje  $OY$ ? ¿Y al eje  $OX$ ?

La gráfica de una función solo puede cortar una vez el eje  $OY$ , ya que si lo cortara en dos puntos, existirían dos puntos de la gráfica con la misma coordenada  $x$ ,  $x = 0$ .

No hay límite para el número de veces que una gráfica de una función puede cortar el eje  $OX$ .

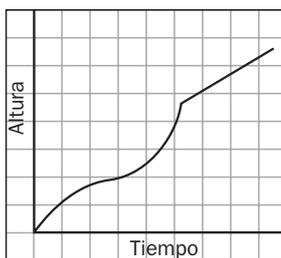
8.29 Di si alguna de las gráficas anteriores se corresponde con el llenado de alguno de los recipientes que se muestran en la figura. En los que no sea posible, dibuja la gráfica correspondiente.



La gráfica 3 se descarta, ya que se corresponde con el llenado de la botella dada en el problema de ejemplo. También se descarta la gráfica 1, ya que indica que el recipiente ya tiene agua al comenzar.

El recipiente 1 tiene la misma forma que el dado en el ejemplo, pero está volteado. Le corresponde, por tanto, la gráfica 2.

El recipiente 2 se llena en dos fases, llenado de la esfera, llenado del cilindro. En el llenado de la esfera, el crecimiento de la función debe ser rápido al principio, ya que las secciones transversales de la botella tienen un radio pequeño. A medida que aumenta el radio de dichas secciones, ha de disminuir la velocidad a la que aumenta la altura del recipiente, hasta llegar al ecuador de la esfera. A partir del ecuador, el radio de las secciones transversales va decreciendo, con lo que la velocidad a la que crece la altura aumenta de nuevo. El último tramo de la gráfica ha de ser una recta de gran pendiente, ya que se corresponde con el llenado de un cilindro de radio pequeño. La gráfica quedaría:



El recipiente 3 se llena a velocidad constante. La gráfica asociada es la 4.

### C Á L C U L O   M E N T A L

8.30 Halla el valor de  $y$  para  $x = 0$  en las siguientes funciones.

a)  $y = 3x$

b)  $y = x^3 - x$

c)  $y = (x - 1)(x + 3)$

d)  $y = \frac{x + 4}{2}$

a)  $y = 0$

b)  $y = 0$

c)  $y = -3$

d)  $y = 2$

8.31 Calcula las imágenes de las siguientes funciones en los puntos que se indica.

a)  $f(x) = 5x + 4$

$x = 2$

c)  $f(x) = \frac{x + 3}{x^2}$

$x = -3$

b)  $f(x) = 3x(x - 5)$

$x = 5$

d)  $f(x) = -x^2$

$x = -1$

a)  $f(2) = 14$

c)  $f(-3) = 0$

b)  $f(5) = 0$

d)  $f(-1) = -1$

8.32 Dos botes de tomate frito cuestan 1,80 euros.

- a) ¿Cuál es la fórmula de la función que relaciona el precio en euros con el número de botes de tomate comprados?  
 b) ¿Cuánto costarán 8 botes?  
 c) ¿Cuántos botes podrán comprarse con 5,40 euros?

a) Cada bote de tomate cuesta  $1,80 : 2 = 0,90$  €. Para calcular cuánto cuesta un determinado número de botes, es necesario multiplicar dicha cantidad por 0,90.

Por tanto, la fórmula es  $f(x) = 0,90x$

b) 8 botes costarán  $0,90 \cdot 8 = 7,20$  €.

c)  $5,40 = 0,90x \Rightarrow x = \frac{5,40}{0,90} = 6$ . Se pueden comprar 6 botes.

8.33 Calcula el valor de la variable independiente para el valor cero de la variable dependiente en las siguientes funciones.

a)  $y = x(x - 2)$

b)  $y = 3x(x + 1)$

c)  $y = \frac{x - 2}{5}$

a)  $x = 0$  y  $x = 2$

b)  $x = 0$  y  $x = -1$

c)  $x = 2$

### EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

#### Coordenadas en el plano

8.34 Representa los puntos de coordenadas.

$A(0, 2)$

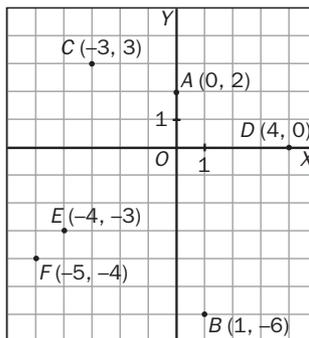
$D(4, 0)$

$B(1, -6)$

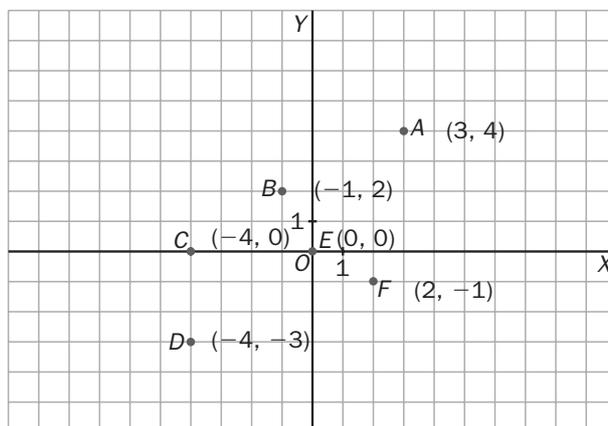
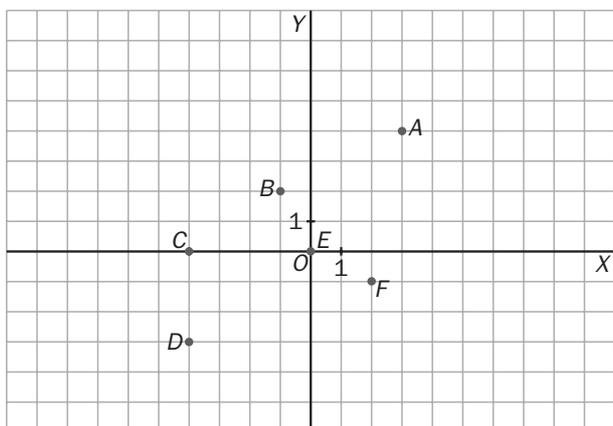
$E(-4, -3)$

$C(-3, 3)$

$F(-5, -4)$



8.35 Escribe las coordenadas de los puntos representados en la siguiente figura.



8.36 Indica en qué cuadrante está cada uno de los siguientes puntos.

a)  $A(-2, -5)$

c)  $C(5, 0)$

b)  $B(1, 2)$

d)  $D(-6, 8)$

a) Tercer cuadrante

c) Eje OX

b) Primer cuadrante

d) Segundo cuadrante

8.37 Dado el punto  $A(-3, 6)$ , escribe las coordenadas de un punto  $B$  que tenga como abscisa el doble que  $A$  y esté sobre el eje de abscisas.

Las coordenadas de  $B$  son  $(-6, 0)$ .

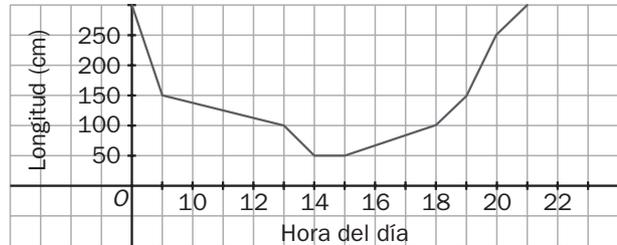
### Fórmulas, tablas y gráficas

8.38 Escribe la fórmula asociada a la tabla.

$x$	-2	-1	0	1	2	6
$y$	-6	-3	0	3	6	18

La función asocia a cada número su triple, por tanto la fórmula es:  $f(x) = 3x$

8.39 La siguiente gráfica muestra cómo varía la longitud de la sombra de un árbol a distintas horas del día.



- a) ¿A qué hora la sombra fue menor?
- b) ¿Cuánto medía la sombra a las 19.30?
- c) ¿A qué horas la sombra mide lo mismo?

- a) Entre las 14 y las 15 horas
- b) 200 cm
- c) Entre las 14 y las 15 horas a las 8 y a las 21 horas, a las 9 y a las 19 horas y a las 13 y a las 18 horas.

8.40 La siguiente tabla recoge dimensiones de rectángulos de 28 metros de perímetro.

Base (m)	2	2,5		7	9		10
Altura (m)			12		5	3	

- a) Completa los valores que faltan.
- b) ¿Algún rectángulo es un cuadrado?

a) El perímetro de un rectángulo se calcula con la fórmula  $P = 2 \cdot B + 2 \cdot A$

Si la base es 2 m  $\Rightarrow 28 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot A \Rightarrow 28 = 4 + 2 \cdot A \Rightarrow A = \frac{28 - 4}{2} = 12$  m

Si la base es 2,5 m  $\Rightarrow 28 = 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot A \Rightarrow 28 = 5 + 2 \cdot A \Rightarrow A = \frac{28 - 5}{2} = 11,5$  m

Si la altura es 12 m  $\Rightarrow 28 = 2 \cdot B + 2 \cdot 12 \Rightarrow 28 = 2 \cdot B + 24 \Rightarrow B = \frac{28 - 24}{2} = 2$  m

Si la base es 7 m  $\Rightarrow 28 = 2 \cdot 7 + 2 \cdot A \Rightarrow 28 = 14 + 2 \cdot A \Rightarrow A = \frac{28 - 14}{2} = 7$  m

Si la altura es 3 m  $\Rightarrow 28 = 2 \cdot B + 2 \cdot 3 \Rightarrow 28 = 2 \cdot B + 6 \Rightarrow B = \frac{28 - 6}{2} = 11$  m

Si la base es 10 m  $\Rightarrow 28 = 2 \cdot 10 + 2 \cdot A \Rightarrow 28 = 20 + 2 \cdot A \Rightarrow A = \frac{28 - 20}{2} = 4$  m

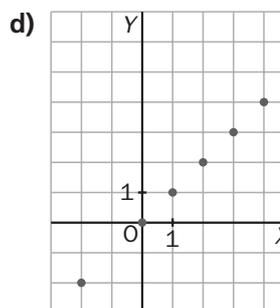
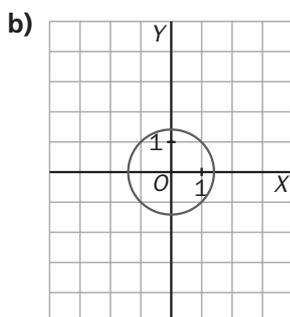
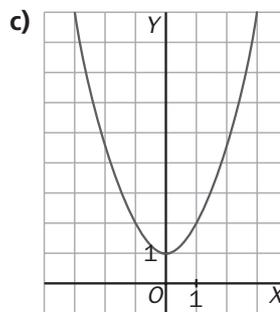
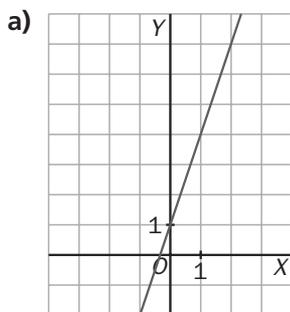
Base (m)	2	2,5	2	7	9	11	10
Altura (m)	12	11,5	12	7	5	3	4

- b) El rectángulo que tiene 7 m de base y 7 m de altura es un cuadrado.

## Concepto de función

### Representación gráfica de funciones

8.41 Indica cuáles de las siguientes gráficas representan una función y cuáles no.



a) Es función.

c) Es función.

b) No es función.

d) Es función.

8.42 Completa la tabla de la función que relaciona cada número entero con su cuadrado.

x	-5	-2	-1	0	3	4
y						

a) Representala gráficamente.

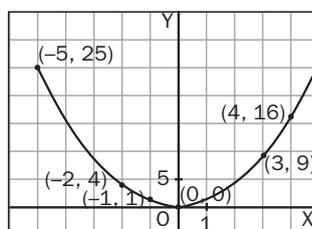
b) Razona si se pueden unir los puntos obtenidos.

c) Escribe una fórmula para dicha función.

a) En primer lugar se completa la tabla:

x	-5	-2	-1	0	3	4
y	25	4	1	0	9	16

A continuación se representan los puntos y se unen entre sí:



b) Los puntos se pueden unir, ya que cualquier número real tiene cuadrado.

c) La fórmula es  $f(x) = x^2$ .

8.43 Las temperaturas se miden en grados centígrados o en grados Fahrenheit.

La función para obtener la temperatura en grados Fahrenheit (°F) a partir de grados centígrados (°C) es:  $y = 1,8x + 32$ .

- a) ¿Cuál es la variable independiente?  
 b) Copia y completa la siguiente tabla.  
 c) Haz la representación gráfica de la función.  
 d) Si tenemos 50 °F, ¿qué temperatura corresponderá en °C?

x	-20	-10	0	20	30	50
y						

- a) La variable independiente son los grados centígrados, representados por la x.

b)

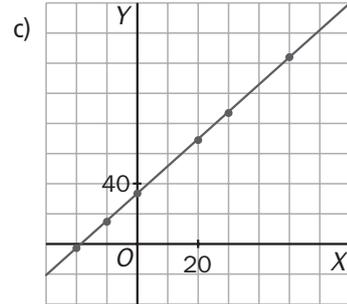
x	-20	-10	0	20	30	50
y	-4	14	32	68	86	122

$$x = -20 \Rightarrow y = 1,8(-20) + 32 = -4; x = -10 \Rightarrow 1,8(-10) + 32 = 14;$$

$$x = 0 \Rightarrow 1,8 \cdot 0 + 32 = 32; x = 20 \Rightarrow 1,8 \cdot 20 + 32 = 68;$$

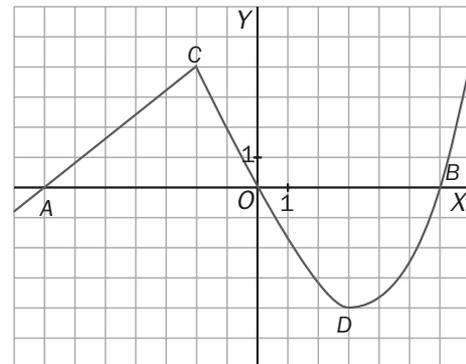
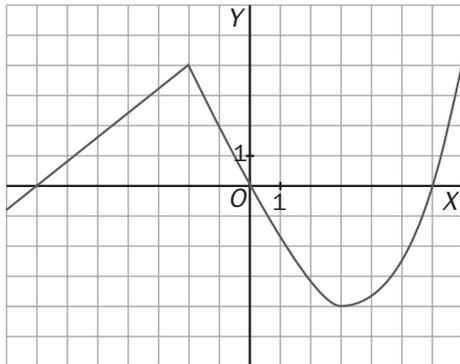
$$x = 30 \Rightarrow 1,8 \cdot 30 + 32 = 86; x = 50 \Rightarrow 1,8 \cdot 50 + 32 = 122$$

- d) Se verifica que  $1,8x + 32 = 50 \Rightarrow x = \frac{50 - 32}{1,8} = 10 \text{ °C}$



**Propiedades globales de las funciones**

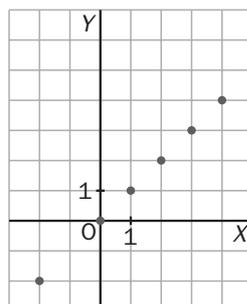
8.44 Observa la siguiente gráfica.



- a) ¿Es una función continua o discontinua?  
 b) ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos de corte con el eje de abscisas?  
 c) ¿En qué puntos corta al eje de ordenadas?  
 d) Indica si tiene máximos y mínimos. ¿Cuáles son sus coordenadas?  
 e) Describe el crecimiento y decrecimiento de la función.

- a) Es una función continua.  
 b) Los puntos de corte con el eje de abscisas son:  $A(-7, 0)$ ,  $O(0, 0)$ ,  $B(6, 0)$ .  
 c) El punto de corte con el eje de ordenadas es el origen  $O(0, 0)$ .  
 d) Tiene un máximo en  $C(-2, 4)$  y un mínimo en  $D(3, -4)$ .  
 e) La función es creciente hasta  $x = -2$ , decreciente desde  $x = -2$  hasta  $x = 3$  y creciente de  $x = 3$  en adelante.

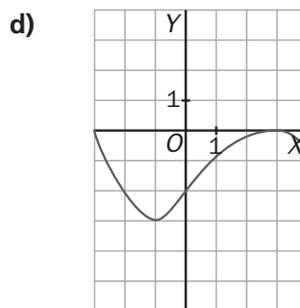
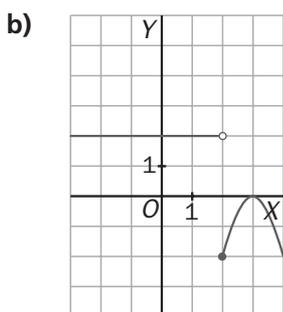
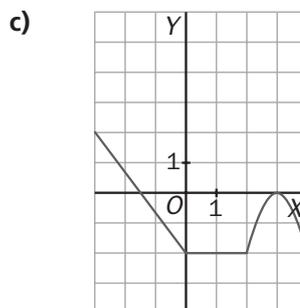
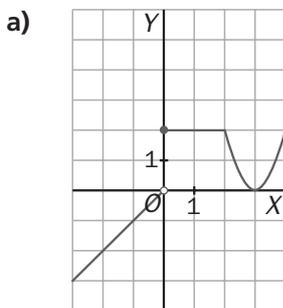
8.45 Dibuja una función discontinua que sea siempre creciente.



8.46 De una función continua sabemos que:

- Corta al eje de abscisas en el punto  $(3, 0)$ , que además es un máximo de la función.
- Es constante entre  $x = 0$  y  $x = 2$ .

¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función de estas características?



La gráfica descrita es la del apartado c.

### PROBLEMAS PARA APLICAR

8.47 Un ciclista recorre 480 kilómetros y lo hace con velocidad constante de 35 kilómetros por hora.

- Haz una tabla que exprese la duración del viaje.
- Escribe la función asociada a la tabla.
- Representa gráficamente la función.

a)  $480 : 35 = 13,71$  horas

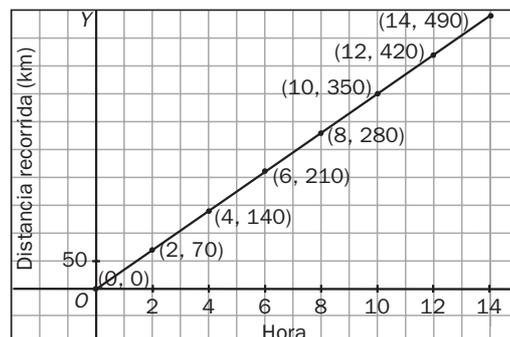
Hora	0	2	4	6	8	10	12	13,71
Distancia recorrida (km)	0	70	140	210	280	350	420	480

b) Cada hora el ciclista recorre 35 km. Por tanto, en  $x$  horas recorre  $35x$  kilómetros. La fórmula que indica la distancia recorrida en función del tiempo (en horas) transcurrido es  $f(x) = 35 \cdot x$

c) En primer lugar se representan los puntos de la tabla.

A continuación se unen entre sí.

Puesto que el ciclista tarda 13,71 horas en realizar el recorrido completo, la gráfica no debe tener valores más allá de  $x = 13,71$ .



8.48 En una frutería se venden las frutas por piezas en lugar de por kilogramos. Cada manzana cuesta 0,15 euros.

a) Haz una tabla de valores que exprese el precio de la compra si se llevan 1, 2, 3, 4 ó 5 manzanas.

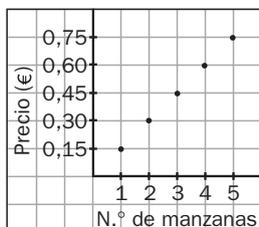
b) Representa gráficamente la función.

c) ¿Es continua?

a)

Número de manzanas	1	2	3	4	5
Precio (€)	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75

b) Se representan en la gráfica los puntos de la tabla. No se deben unir entre sí, ya que las manzanas solo se venden por piezas enteras.



c) Como no se deben unir los puntos, la función no es continua.

8.49 Dos compañías de teléfonos ofertan las siguientes condiciones en sus llamadas locales.

	Establecimiento de llamada	Precio por minuto
COMPAÑÍA A	0,02 €	0,03 €
COMPAÑÍA B	0,03 €	0,02 €

a) Escribe la función que relaciona el coste de una llamada con su duración en A y en B.

b) ¿Cuál es la variable independiente?

c) Haz la gráfica de las dos funciones en los mismos ejes

d) ¿A partir de qué momento resulta más rentable la compañía B?

a) Compañía A:  $f(x) = 0,02 + 0,03 \cdot x$

Compañía B:  $g(x) = 0,03 + 0,02 \cdot x$

b) La variable independiente es el tiempo de duración de la llamada.

c) Compañía A

Duración (min)	1	2	3	4	5
Precio (€)	0,05	0,08	0,11	0,14	0,17

Compañía B

Duración	1	2	3	4	5
Precio (€)	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13



d) Transcurrido el primer minuto resulta más rentable la compañía B: la gráfica de B está por debajo de la gráfica de A a partir de  $x = 1$ .

8.50 Para pasar de centímetros a pulgadas se multiplica por 2 y se divide entre 5.

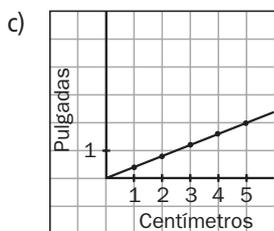
Si  $x$  representa el número de centímetros e  $y$  el de pulgadas:

- Escribe la ecuación de conversión de  $y$  en función de  $x$ .
- Forma una tabla de valores.
- Representa gráficamente los valores de la tabla.
- ¿Se pueden unir los puntos?

a)  $y = \frac{2x}{5}$

b)

Cm	1	2	3	4	5
Pulgadas	0,4	0,8	1,2	1,6	2



d) Tiene sentido unir los puntos, ya que los valores seleccionados para formar la tabla son aleatorios, no necesariamente se han de transformar centímetros enteros.

8.51 Para pasar de kilómetros a millas se multiplica el número de kilómetros por  $\frac{5}{8}$ .

- Pasa a millas 48 kilómetros.
- Pasa a kilómetros 15 millas.
- Alberto corre 2 millas en 12 minutos mientras que Teo corre 3 kilómetros en 14 minutos. ¿Quién es más rápido?
- Escribe la ecuación para convertir kilómetros en millas.
- Escribe la ecuación para convertir millas en kilómetros.
- Representa la gráfica de las funciones anteriores.

a)  $48 \text{ km} \cdot \frac{5}{8} = 30 \text{ millas}$

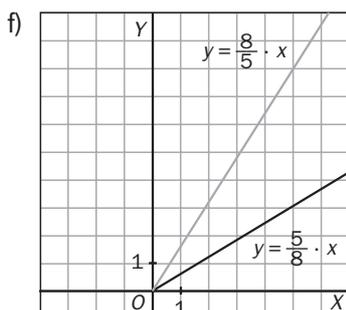
b)  $1 \text{ km} = \frac{5}{8} \text{ millas} \Rightarrow 1 \text{ milla} = \frac{8}{5} \text{ km} \Rightarrow 15 \text{ millas} = 15 \cdot \frac{8}{5} = 24 \text{ km}$

c) Para poder comparar es necesario expresar las distancias en la misma magnitud.

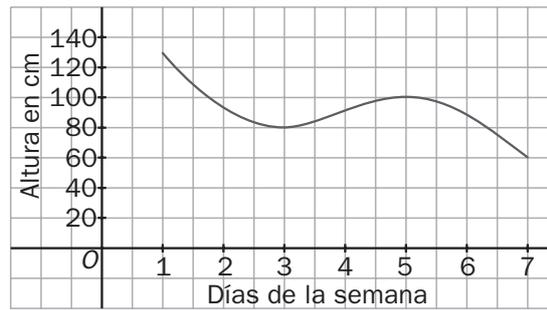
$2 \text{ millas} = 2 \cdot \frac{8}{5} = 3,2 \text{ km} \Rightarrow$  Alberto corre 3,2 km en 12 minutos. Teo corre 3 km en 14 minutos. Por tanto, Alberto corre más que Teo.

d) La ecuación para convertir kilómetros en millas es  $y = \frac{5}{8} \cdot x$

e) La ecuación para convertir millas en kilómetros es  $y = \frac{8}{5}x$



8.52 La siguiente gráfica muestra la altura a la que estaba el agua en un depósito a lo largo de una semana.



- a) ¿Qué día alcanzó la máxima altura? ¿Cuánto medía?
- b) ¿Cuándo alcanzó la mínima altura? ¿Qué nivel de agua había?
- c) ¿Entre qué días creció el nivel? ¿En cuáles decreció?
- d) Si el estudio hubiera durado más días, y la función cortase al eje  $OX$  en el punto  $(9, 0)$ , ¿qué significado tendría el punto de corte?
- a) La máxima altura se alcanzó el primer día. Medía 130 cm.
- b) La mínima altura se alcanzó el séptimo día. El nivel del agua fue de 60 cm.
- c) El nivel creció entre el tercero y el quinto día. El nivel decreció entre el primero y el tercer día y entre el quinto y el séptimo día.
- d) El corte de la función con el eje  $OX$  en el punto  $(9, 0)$  indicaría que el noveno día se habría acabado completamente el agua del depósito.

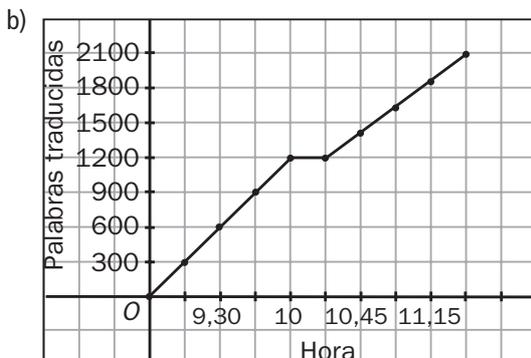
8.53 Un traductor ha trabajado desde las 9.00 hasta las 11.30.

Durante la primera hora ha traducido a un ritmo de 20 palabras por minuto. Después ha descansado media hora y ha continuado trabajando a un ritmo de 15 palabras por minuto.

- a) Construye una tabla de valores que exprese el número de palabras que llevaba traducidas a las 9.15, 9.30, 9.45, 10.00, 10.30, 10.45, 11.00, 11.15 y 11.30.
- b) Representa gráficamente los datos de la tabla anterior.
- c) ¿Es una función continua?
- d) ¿Hay algún intervalo en el que la función no sea creciente?

a)

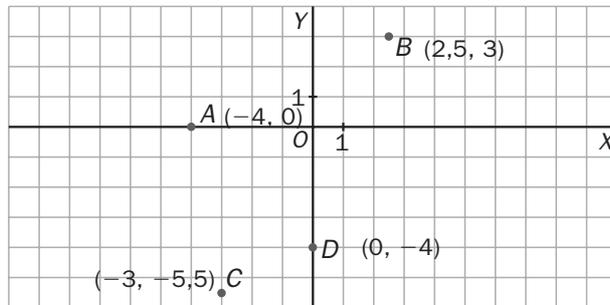
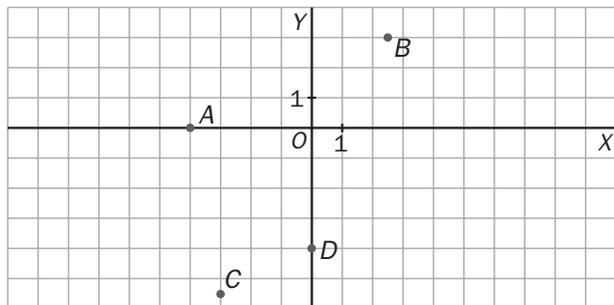
Hora	9.15	9.30	9.45	10.00	10.30	10.45	11.00	11.15	11.30
N.º de palabras	300	600	900	1200	1200	1425	1650	1875	2100



- c) Se trata de una función continua.
- d) Entre las 10.00 y las 10.30, la función no es creciente.

Coordenadas en el plano

8.54 Escribe las coordenadas de los puntos representados en la siguiente figura.



Concepto de función

Representación gráfica de funciones

8.55 El producto de dos números naturales es 36.

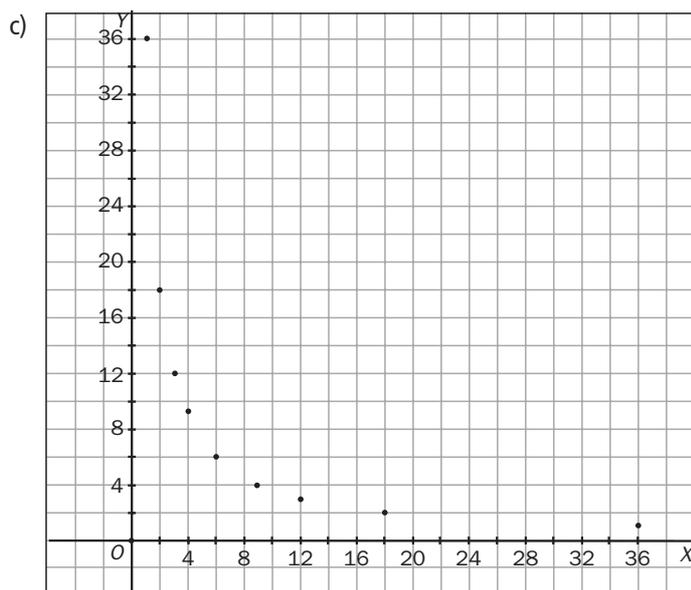
- a) Escribe la función correspondiente.
- b) Forma la tabla de valores.
- c) Representa gráficamente la función.

a)  $x \cdot y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{x}$

b)

x	1	2	3	4	6	9	12	18	36
y	36	18	12	9	6	4	3	2	1

No se deben unir los puntos, ya que las variables solo pueden tomar valores naturales y que sean divisores de 36.



8.56 Da un ejemplo de una relación entre dos magnitudes que sea una función y otra relación entre dos magnitudes que no sea función.

La relación entre el tiempo transcurrido y el espacio recorrido por un ciclista que se mueve a velocidad constante es una función.

La relación existente entre el área de un rectángulo y la medida del lado mayor del mismo no es una función.

8.57 Dibuja las gráficas de las siguientes funciones con la ayuda de tablas de valores.

a)  $y = -6x$

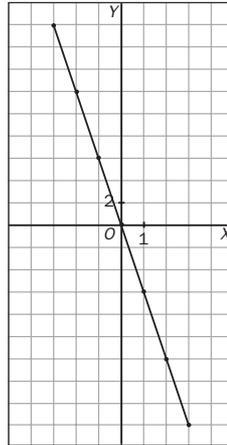
b)  $y = 4x + 1$

c)  $y = -5x$

d)  $y = 2 - 3x$

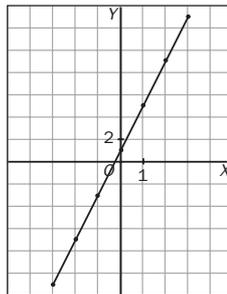
a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	12	6	0	-6	-12	-18



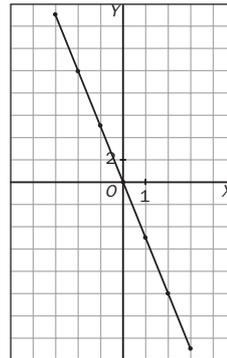
b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-11	-7	-3	1	5	9	13



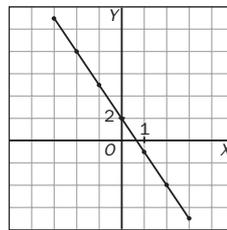
c)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	15	10	5	0	-5	-10	-15



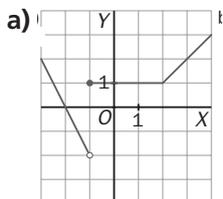
d)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	11	8	5	2	-1	-4	-7

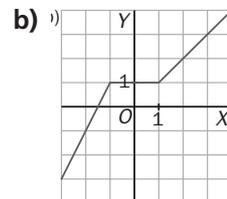


### Propiedades globales de las funciones

8.58 Razona cuál de las siguientes funciones es continua y cuál es discontinua.



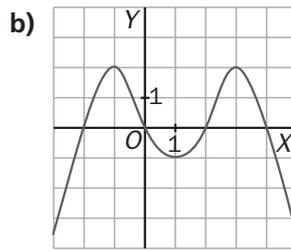
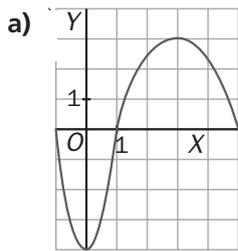
- a) Discontinua en  $x = -1$   
 b) Continua



8.59 Describe los intervalos en los que las funciones del ejercicio anterior son crecientes, decrecientes y constantes.

- a) Decreciente entre  $x = -3$  y  $x = -1$ ; constante entre  $x = -1$  y  $x = 2$ ; creciente entre  $x = 2$  y  $x = 4$ .  
 b) Creciente entre  $x = -3$  y  $x = -1$ ; constante entre  $x = -1$  y  $x = 1$ ; creciente entre  $x = 1$  y  $x = 4$ .

8.60 Señala los máximos y los mínimos de las siguientes funciones.



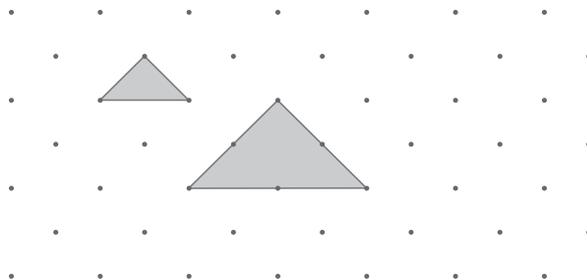
- a) La función tiene un mínimo en  $x = 0$  y un máximo en  $x = 3$ .  
 b) La función tiene un mínimo en  $x = 1$ , un máximo en  $x = -1$  y otro máximo en  $x = 3$ .

8.61 Indica las coordenadas de los puntos de corte con los ejes coordenados de las funciones del ejercicio anterior.

- a) Puntos de corte con el eje  $OX$ :  $A(-1, 0)$ ,  $B(1, 0)$  y  $C(5, 0)$ ; con el eje  $OY$ :  $D(0, -4)$ .  
 b) Puntos de corte con el eje  $OX$ :  $A(-2, 0)$ ,  $B(0, 0)$ ,  $C(2, 0)$  y  $D(4, 0)$ ; con el eje  $OY$ :  $E(0, 0)$ .

### AMPLIACIÓN

8.62 Sobre un geoplano triangular como el representado en la figura se construyen triángulos equiláteros de lado 1 unidad, 2 unidades, 3 unidades, etc.



- a) Calcula el número de puntos por los que pasa el contorno de cada triángulo.  
 b) Completa la siguiente tabla:

Unidades lineales de lado	1	2	3	4
N.º de puntos por los que pasa	3	6		

c) Encuentra la función que expresa el número de puntos por los que pasa, en función de las unidades lineales de lado.

- a) El triángulo de lado 1 pasa por 3 puntos. El triángulo de lado 2 pasa por 6 puntos.

b)

Unidades lineales de lado	1	2	3	4
N.º de puntos por los que pasa	3	6	10	15

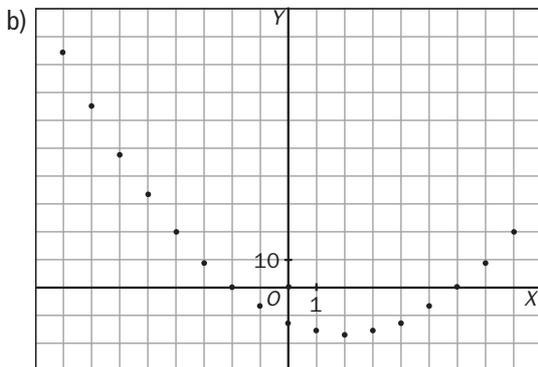
c)  $y = \frac{(x + 1) \cdot (x + 2)}{2}$

8.63 Una función transforma cada número entero,  $n$ , en otro mediante la fórmula  $f(n) = n^2 - 4n - 12$ .

- Elabora una tabla con todos los valores de  $n$  comprendidos entre  $-8$  y  $8$ .
- Representa la función con los datos de la tabla.
- Razona si es una función continua.
- Describe el crecimiento y decrecimiento de la función.
- Indica cuáles son los valores máximos y mínimos que toma la función.
- ¿En qué puntos corta al eje de ordenadas? ¿Y al de abscisas?

a)

$n$	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(n)$	84	65	48	33	20	9	0	-7	-12	-15	-16	-15	-12	-7	0	9	20



- La función no es continua, ya que solo asigna valores a los números enteros.
- La función es decreciente hasta  $x = 2$  y creciente de  $x = 2$  en adelante.
- Entre  $-8$  y  $8$ , la función toma su valor máximo en  $x = -8$ , donde  $y = 84$ . La función toma su valor mínimo en  $x = 2$ , donde  $y = -16$ .
- La función corta el eje de ordenadas en  $(0, -12)$  y el eje de abscisas en  $(-2, 0)$  y  $(6, 0)$ .

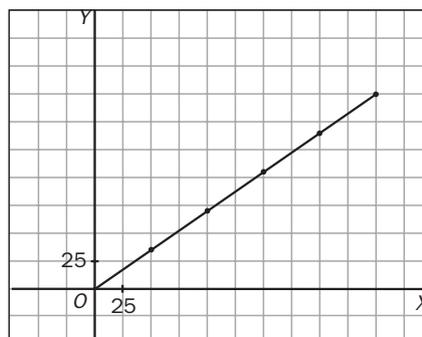
8.64 En una tienda de deportes se ofertan todos sus artículos con un 30% de descuento.

- Encuentra una fórmula que exprese el precio de cada uno de ellos después de hacer el descuento.
- Representa la función gráficamente teniendo en cuenta que el artículo más caro antes de la oferta era de 250 euros.
- Estudia la gráfica de la función.

- Como los artículos tienen un 30% de descuento, el precio final es el 70% del precio inicial. La función que transforma el precio inicial en el final es  $f(x) = 0,70 \cdot x$ .

b)

$x$	50	100	150	200	250
$f(x)$	35	70	105	140	175



- La función es una recta creciente. Indica que todos los artículos se han rebajado en la misma medida. Los puntos se deben unir entre sí, ya que se asume que puede haber artículos de todos los precios entre  $0 \text{ €}$  y  $250 \text{ €}$ . No se debe prolongar más allá de  $x = 250$ , ya que este es el mayor precio de los artículos de la tienda.

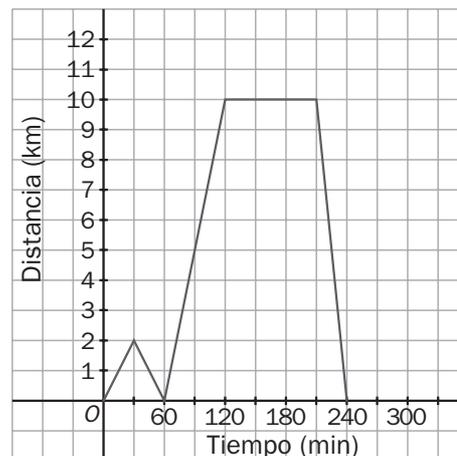
8.65 La excursión

Beatriz ha ido de excursión para visitar un lago del parque natural cercano a su casa.

La gráfica representa la distancia a la que se encontraba de su casa en cada momento desde que salió de ella por primera vez hasta que regresó al terminar la excursión.

Beatriz salió de casa caminando a las diez de la mañana. Cuando llevaba un rato andando, decidió volver a casa para coger la bicicleta.

- ¿Cuántos kilómetros recorrió andando? ¿Cuánto tiempo tardó?
- ¿A qué hora recogió la bicicleta en su casa?
- ¿Cuántos kilómetros recorrió en bicicleta? ¿Cuánto tiempo empleó?
- ¿Empleó Beatriz el mismo tiempo en el viaje de ida en bicicleta que en el de vuelta?
- ¿Cuánto tiempo estuvo en el lago?

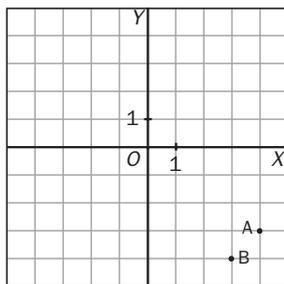


- Recorrió 4 km andando: caminó 2 km y en ese momento decidió volver, por lo que hay que sumar la ida y la vuelta. Tardó 60 minutos, 30 de ida y 30 de vuelta.
- Recogió la bicicleta de su casa a las once de la mañana.
- Beatriz recorrió 20 km en bicicleta: se alejó 10 km de su casa, descansó durante 90 minutos y emprendió el viaje de regreso. En total empleó 90 minutos.
- No. En el viaje de ida, Beatriz empleó 60 minutos. En el de vuelta solo empleó 30 minutos.
- 90 minutos. Durante este período, la distancia a su casa permaneció constante.

AUTOEVALUACIÓN

8.A1 Representa los siguientes puntos en los ejes de coordenadas.

- Un punto *A* de abscisa 4 y ordenada -3
- Un punto *B* de abscisa 3 y ordenada -4



8.A2 La función *f* asigna a cada número natural el resultado de sumarle 3 y elevar la suma al cuadrado, y la función *g* asocia a cada número natural el resultado de elevarlo al cuadrado y sumarle 3.

- Escribe las expresiones de *f* y de *g*.
- ¿Son *f* y *g* funciones iguales?
- Halla las imágenes de 2, 5 y 0 según *f*.
- Halla las imágenes de 2, 5 y 0 según *g*.

- $f(x) = (x + 3)^2$ ;  $g(x) = x^2 + 3$
- f* y *g* son funciones diferentes.
- $f(2) = (2 + 3)^2 = 25$   
 $f(5) = (5 + 3)^2 = 64$   
 $f(0) = (0 + 3)^2 = 9$
- $g(2) = 2^2 + 3 = 7$   
 $g(5) = 5^2 + 3 = 28$   
 $g(0) = 0^2 + 3 = 3$

8.A3 Si  $f(x) = 2x - 3$ , halla los valores que faltan.

a)  $f(-2) = \square$

b)  $f(\square) = 0$

c)  $f(0) = \square$

d)  $f(\square) = 1$

a)  $f(-2) = 2 \cdot (-2) - 3 = -4 - 3 = -7$

b)  $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ . En efecto,  $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \cdot \frac{3}{2} - 3 = 0$

c)  $f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

d)  $f(2) = 1$ . En efecto,  $2x - 3 = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1$

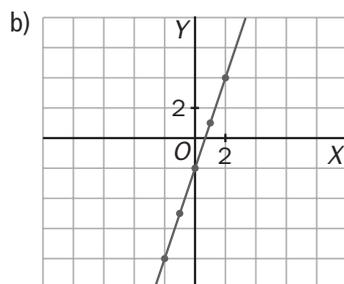
8.A4 Dada la función  $y = 3x - 2$ :

a) Construye una tabla de valores.

b) Representa gráficamente la función.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-5	-2	1	4

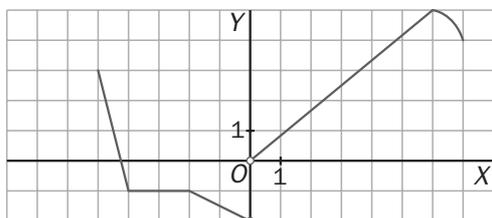


8.A5 Un conductor va a 100 kilómetros por hora. Escribe una función que relacione la distancia recorrida con el tiempo transcurrido.

Multiplicando el tiempo transcurrido por 100 se obtiene la distancia recorrida. La función es:  $y = 100x$

Donde  $y$  es la distancia en kilómetros y  $x$  es el tiempo en horas.

8.A6 a) Explica si la siguiente función es continua o discontinua.



b) Señala los tramos en los que la función es creciente, decreciente o constante.

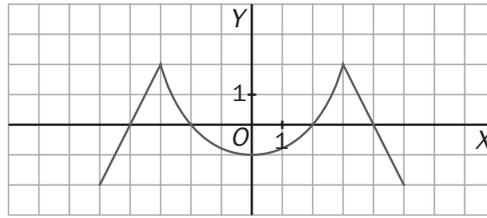
a) La función es discontinua, ya que da un salto en  $x = 0$ .

b) La función es decreciente entre  $x = -5$  y  $x = -4$ ; entre  $x = -2$  y  $x = 0$ , y entre  $x = 6$  y  $x = 7$ .

La función es constante entre  $x = -4$  y  $x = -2$ .

La función es creciente entre  $x = 0$  y  $x = 6$ .

8.A7 a) ¿Cuáles son los máximos y los mínimos de la siguiente función?



b) Señala las coordenadas de los puntos de corte con los ejes.

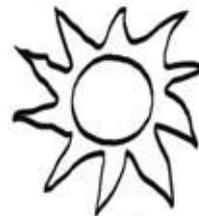
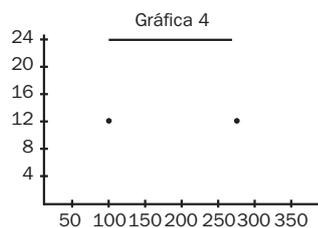
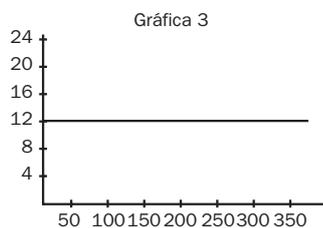
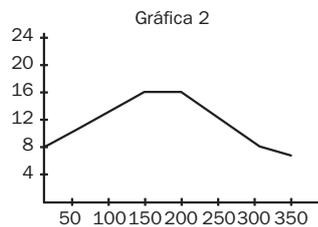
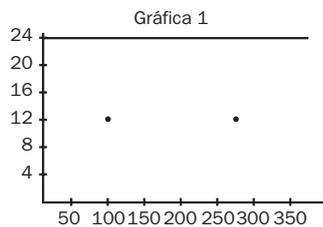
- a) La función tiene máximos en  $x = -3$  y en  $x = 3$ . Y mínimo en  $x = 0$   
 b) Los puntos de corte con el eje de abscisas son:  $(-4, 0)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$  y  $(4, 0)$ .  
 El punto de corte con el eje de ordenadas es  $(0, -1)$ .

## MURAL DE MATEMÁTICAS

### Jugando con las matemáticas

#### Mirando al Sol

La Tierra gira alrededor del Sol y en una vuelta, que da cada año, varía la duración del día y de la noche, pero no todos percibimos este fenómeno astronómico de la misma forma. Estas 4 gráficas lo representan desde 4 puntos distintos de la Tierra, en función del número de horas de sol al día. ¿Podrías identificar estos cuatro lugares?



La gráfica 1 representa la situación en el Polo Sur, ya que durante los meses correspondientes a nuestro invierno recibe 24 horas diarias de Sol.

La gráfica 2 representa la situación en un punto del hemisferio Norte. Basta observar que en los meses correspondientes a nuestro invierno se reciben menos horas de sol que en los meses correspondientes a nuestro verano.

La gráfica 3 representa la situación en el ecuador, donde el número de horas de sol diarias no varía a lo largo del año.

La gráfica 4 representa la situación en el Polo Norte, donde la situación es la opuesta al hemisferio Sur.