

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

REFUERZO

Ecuaciones de primer grado

7.90 Averigua si los valores 0, -2, 1, 5, 3 y -3 son soluciones de la ecuación.

$$x^3 - 3x^2 - 13x + 15 = 0.$$

$$0^3 - 3 \cdot 0^2 - 13 \cdot 0 + 15 = 0 \Rightarrow 15 = 0 \Rightarrow 0. \text{ No es solución.}$$

$$(-2)^3 - 3(-2)^2 - 13(-2) + 15 = 0 \Rightarrow 21 = 0 \Rightarrow -2. \text{ No es solución.}$$

$$1^3 - 3(1)^2 - 13(1) + 15 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow 1. \text{ Es solución.}$$

$$5^3 - 3 \cdot 5^2 - 13 \cdot 5 + 15 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow 5. \text{ Es solución.}$$

$$3^3 - 3 \cdot 3^2 - 13 \cdot 3 + 15 = 0 \Rightarrow -24 = 0 \Rightarrow 3. \text{ No es solución.}$$

$$(-3)^3 - 3(-3)^2 - 13(3) + 15 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow -3. \text{ Es solución.}$$

7.91 Escribe con una sola incógnita las ecuaciones correspondientes.

a) Un número, más su doble, más su mitad, suman 21.

b) Los cuadrados de dos números consecutivos se diferencian en 15.

c) La mitad más la cuarta parte de un número suman 13 unidades más que el tercio más la quinta parte del mismo número.

$$\text{a) } x + 2x + \frac{x}{2} = 21$$

$$\text{b) } (x + 1)^2 - x^2 = 15$$

$$\text{c) } \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + 13$$

7.92 Resuelve las ecuaciones.

$$\text{a) } \frac{x}{2} + \frac{x}{16} = \frac{x}{8} + \frac{x}{4} + 6$$

$$\text{b) } 5(-x + 2) = 13 - 4(3x - 1)$$

$$\text{a) } \frac{8x + x}{16} = \frac{2x + 4x + 96}{16} \Rightarrow 9x = 6x + 96 \Rightarrow 3x = 96 \Rightarrow x = 32$$

$$\text{b) } -5x + 10 = 13 - 12x + 4 \Rightarrow 7x = 7 \Rightarrow x = 1$$

Ecuaciones de segundo grado

7.93 Resuelve las ecuaciones.

$$\text{a) } 12x(2x - 3) = 0$$

$$\text{b) } x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\text{a) } \begin{cases} 12x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases} x = 0 \text{ y } x = \frac{3}{2}$$

$$\text{b) } x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} \Rightarrow x = 5, x = -2$$

$$\text{c) } 7x^2 + 5 = 4x^2 + 12$$

$$\text{d) } 8x^2 - 10x - 3 = 0$$

$$\text{c) } 3x^2 = 17 \Rightarrow x^2 = \frac{17}{3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{17}{3}}$$

$$\text{d) } x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 96}}{16} = \frac{10 \pm 14}{16} \Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -\frac{1}{4}$$

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

7.94 Completa la ecuación $5x^2 - 6x + c = 0$ asegurándote de que tenga dos soluciones distintas. ¿Cuántas soluciones existen?

$$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 36 - 4 \cdot 5 \cdot c > 0 \Rightarrow 36 - 20c > 0 \Rightarrow 36 > 20c \Rightarrow \frac{36}{20} > c \Rightarrow \frac{18}{10} > c \Rightarrow \frac{9}{5} > c \Rightarrow \infty \text{ soluciones}$$

Para cualquier valor de c tal que $c < \frac{9}{5}$, la ecuación tiene 2 soluciones. Por lo tanto, existen ∞ soluciones.

Sistemas de ecuaciones

7.95 Halla el valor de a y b , para que se cumpla que los dos sistemas sean equivalentes.

$$\begin{cases} -4x + y = -3 \\ 7x + 2y = -5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 20x + ay = 15 \\ bx - 12y = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x + y = -3 \\ 7x + 2y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-4x + y = -3) \cdot (-5) \\ (7x + 2y = -5) \cdot (-6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20x - 5y = 15 \\ -42x - 12y = 30 \end{cases} \Rightarrow a = -5, b = -42, c = 30$$

7.96 Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ -2x + y = -1 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} -x + 3y = 13 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ -2x + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ -2(2 - y) + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ 3y - 4 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$x = 1, y = 1$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + 3y = 13 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y - 13 \\ 5(3y - 13) + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y - 13 \\ 16y = 67 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3\left(\frac{67}{16}\right) - 13 = -\frac{7}{16} \\ y = \frac{67}{16} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{7}{16}, y = \frac{67}{16}$$

7.97 Resuelve por el método de reducción los sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x - y = 19 \\ -4x + 3y = -15 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x - 7y = -11 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 6x - y = 19 \\ -4x + 3y = -15 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 4 \\ \times 6 \end{matrix}} \begin{cases} 24x - 4y = 76 \\ -24x + 18y = -90 \end{cases}$$

$$14y = -14 \Rightarrow y = -1$$

$$\begin{cases} 6x - y = 19 \\ -4x + 3y = -15 \end{cases} \xrightarrow{\times 3} \begin{cases} 18x - 3y = 57 \\ -4x + 3y = -15 \end{cases}$$

$$14x = 42 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 7y = -11 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases} \xrightarrow{\times (-2)} \begin{cases} -2x + 14y = 22 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$$

$$20y = 20 \Rightarrow y = 1$$

$$\begin{cases} x - 7y = -11 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 6 \\ \times 7 \end{matrix}} \begin{cases} 6x - 42y = -66 \\ 14x + 42y = -14 \end{cases}$$

$$20x = -80 \Rightarrow x = -4$$

7.98 Halla el valor de m y n , si $x = 2$ e $y = 1$ es solución del sistema.

$$\begin{cases} 3x + my = 2 \\ nx + 5y = 9 \end{cases}$$

Sustituimos en las ecuaciones del sistema las soluciones:

$$\begin{cases} 3x + my = 2 \\ nx + 5y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 + m = 2 \\ 2n + 5 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 - 6 = -4 \\ 2n = 4 \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$

7.99 Con las siguientes ecuaciones plantea un sistema que tenga por solución $(-2, 1)$.

$$4x - y = -9 \quad 3x - 5y = 2 \quad 5x - y = 7 \quad x + 6y = 4$$

Las ecuaciones que forman un sistema con esa solución son: $\begin{cases} 4x - y = -9 \\ x + 6y = 4 \end{cases}$