

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

AMPLIACIÓN

- 7.100 Halla el valor de c en la ecuación de segundo grado $x^2 - x + c = 0$, para que una de sus soluciones sea $x = 3$.

La suma de raíces es 1, $3 + x_2 = 1$; $x_2 = -2$

El producto de raíces es c . Como las soluciones son 3 y $-2 \Rightarrow c = -6$

- 7.101 Un grupo de 15 amigos contratan una excursión por 1380 euros. Como algunos de ellos no tienen dinero, cada uno de los restantes pone 23 euros más de lo que le corresponde. ¿Cuántos son los amigos que no tienen dinero?

Sea x el número de amigos que tienen dinero. Entonces, los amigos que no tienen dinero son $15 - x$.

Lo que paga cada uno de los que tienen dinero es $\frac{1380}{x}$, que es lo mismo que lo que tendrían que pagar si pagasen todos y 23 euros más; $\frac{1380}{15} + 23$.

Resolvemos la ecuación $1380 \cdot 15 = 1380x + 23 \cdot 15x \Rightarrow 1380 = 115x \Rightarrow x = 12$.

Los amigos que no tienen dinero son 3.

- 7.102 En un triángulo rectángulo, el lado mayor mide 3 centímetros más que el mediano y 54 más que el pequeño. ¿Cuánto miden sus lados?

El triángulo es rectángulo y el lado mayor es la hipotenusa:

$$(x + 3)^2 = x^2 + (x - 51)^2 \Rightarrow x^2 + 9 + 6x = x^2 + x^2 + 2601 - 102x \Rightarrow x^2 - 108x + 2592 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{108 \pm \sqrt{11664 - 10368}}{2} = \frac{108 \pm 36}{2} \Rightarrow x_1 = 72, x_2 = 36 \rightarrow \text{No es válida porque al restar 51 quedaría un}$$

lado de longitud negativa. Los catetos miden 21 y 72 cm, y la hipotenusa, 75 cm.

- 7.103 Cuando aparecieron los CD le regalé la mitad de mis discos de vinilo más la mitad de un disco a mi hermano Miguel y la mitad de los restantes más la mitad de un disco a mi amigo Luis. Tan solo me he quedado con uno de ellos: mi primer disco de los *Beatles*.

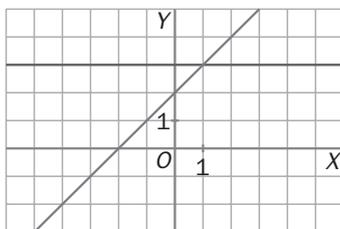
Por cierto, no tuve que romper ningún disco. ¿Cuántos discos tenía en un principio?

Sea x el número de discos de vinilo que tenía.

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \frac{x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} + 1 = x \Rightarrow \frac{x}{2} + 2 + \frac{x - 1}{4} = x \Rightarrow 2x + 8 + x - 1 = 4x \Rightarrow x = 7$$

Tenía 7 discos en un principio.

- 7.104 La figura corresponde a la resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales.



a) ¿Cuál es la solución?

b) Escribe las dos ecuaciones del sistema.

a) Solución: $x = 1, y = 3$

b) $y = x + 2, y = 3$

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

7.105 La suma de las dos cifras de un número es 11, y si se invierte el orden de sus cifras, el número aumenta en 9 unidades. Halla el número.

Sea x la cifra de las decenas.

Sea y la cifra de las unidades.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 11 \\ -9x + 9y = 9 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 11 \\ -x + y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2y = 12 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x = 5$$

El número buscado es el 56.

7.106 Las ecuaciones del tipo $a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c = 0$ se llaman bicuadradas. Si realizamos el cambio de variable: $x^2 = z$ y $x^4 = z^2$, transformamos la ecuación bicuadrada en una ecuación de segundo grado en la variable z . Una vez aplicada la fórmula para obtener z , deshacemos el cambio. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

b) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

a) Se realiza el cambio de variable: $x^4 - 25x^2 + 144 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = z \\ x^4 = z^2 \end{cases}$

Se resuelve la ecuación de segundo grado:

$$z^2 - 25z + 144 = 0 \quad z = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2} = \frac{25 \pm 7}{2} \Rightarrow z_1 = 16, z_2 = 9$$

Las soluciones son: $x_1 = 4, x_2 = -4, x_3 = 3, x_4 = -3$

b) Se realiza el cambio de variable: $x^4 - 26x^2 + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = z \\ x^4 = z^2 \end{cases}$

Se resuelve la ecuación de segundo grado:

$$z^2 - 26z + 25 = 0 \quad z = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{2} = \frac{26 \pm 24}{2} \Rightarrow z_1 = 25, z_2 = 1$$

Las soluciones son: $x_1 = 5, x_2 = -5, x_3 = 1, x_4 = -1$