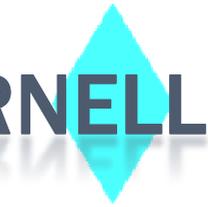
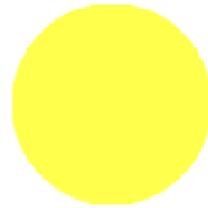
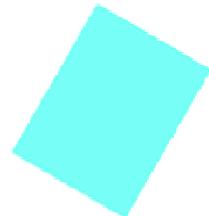
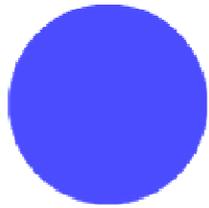
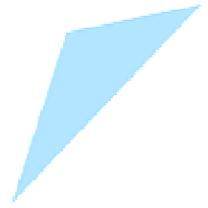
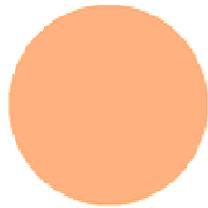
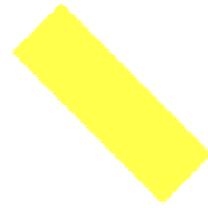
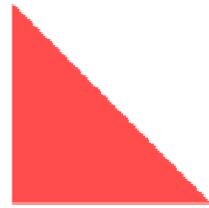
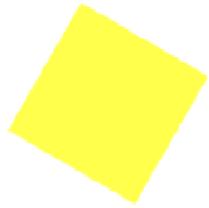
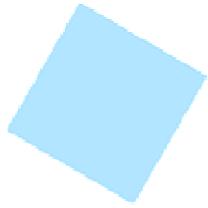

GÉOMÉTRIE ET STRUCTURATION DE L'ESPACE EN MATERNELLE

Conférence pédagogique – Pau, 15 mai 2013

Valentina CELI – Université de Bordeaux, IUFM d'Aquitaine valentina.celi@free.fr

Sylvie Perez, IUFM d'Aquitaine sylvie.perez@iufm.u-bordeaux4.fr



**ENSEIGNER LA GÉOMÉTRIE EN MATERNELLE :
EST-CE POSSIBLE ?**

LA GÉOMÉTRIE DANS L'HISTOIRE

Une des branches les plus anciennes des mathématiques

✘ Des exigences pragmatiques des Babyloniens et des Égyptiens ...

+ Les premières notions de géométrie sont liées à des besoins de la société, aux exigences de la vie pratique (problèmes d'arpentage, d'architecture...)

✘ ... vers l'exigence démonstrative des Grecs

+ La géométrie devient une science abstraite et déductive, coupée de ses origines spatiales

+ Elle acquiert un caractère philosophique s'inscrivant dans une recherche générale de l'explication du monde

+ Elle se constitue comme modélisation de l'espace sensible (Laborde, 1990)

LA GÉOMÉTRIE DANS LES PROGRAMMES SCOLAIRES

A partir de la fin des années 1970, on identifie deux champs de connaissances

- × **Connaissances spatiales**
- × **Connaissances géométriques**

LA GÉOMÉTRIE DANS LES PROGRAMMES SCOLAIRES

A partir de la fin des années 1970, on identifie deux champs de connaissances

× **Connaissances spatiales**

- + Elles permettent de contrôler les rapports à l'espace environnant, de se repérer, de se diriger, de mémoriser ; de communiquer des informations liées à une position, à un déplacement ou à la construction d'un objet
- + L'enfant dispose de connaissances spatiales avant même que l'on se propose de lui apprendre des connaissances géométriques
- + Elles doivent être développées et entraînées car nécessaires dans la vie d'adulte
- + Les espaces évoqués ou représentés sans lien avec l'espace réel ne suffisent pas pour construire efficacement ces connaissances
- + Elles relèvent aussi d'autres champs disciplinaires : EPS, géographie, arts visuels, technologie

× **Connaissances géométriques**

LA GÉOMÉTRIE DANS LES PROGRAMMES SCOLAIRES

A partir de la fin des années 1970, on identifie deux champs de connaissances

× Connaissances spatiales

× Connaissances géométriques

- + Elles doivent être enseignées pour exister
- + Elles se développent autour de six grands types d'activités : **reconnaître, décrire, reproduire, vérifier, représenter, construire**
- + Elles se réfèrent à un savoir mathématique et permettent de résoudre des problèmes de l'espace physique ou graphique
 - ◆ Les problèmes de géométrie portent sur des objets et des relations ; leur finalité concerne l'espace conceptualisé
 - Les dessins que l'on trace ne sont que des représentants des objets sur lesquels on raisonne

Quelles connaissances
géométriques peut-on
enseigner en maternelle ?

DANS LES PROGRAMMES SCOLAIRES ACTUELS

✖ Les connaissances géométriques

- + **(Maternelle)** ...ils parviennent à comparer et à classer selon la  ...à  un rond, un carré, un triangle
- + **(CP-CE1)** Ils apprennent à reconnaître et à décrire des figures planes et des solides. Ils utilisent des instruments et des techniques pour reproduire les figures planes. Ils utilisent un vocabulaire spécifique
- + **(CE2-CM2)** ...permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance des objets et de leurs propriétés essentiellement fondée sur la perception à une étude davantage fondée sur le recours à des instruments de tracé et de mesure ainsi que sur l'énoncé de quelques propriétés...

LES TROIS TEMPS DE LA GÉOMÉTRIE

Charnay* identifie trois temps dans l'appréhension des objets géométriques

+ Le temps de la géométrie perceptive

- ◆ Un objet est un carré car je le reconnais en tant que tel (reconnaissance globale ou repérage perceptif des propriétés du carré)

+ Le temps de la géométrie instrumentée

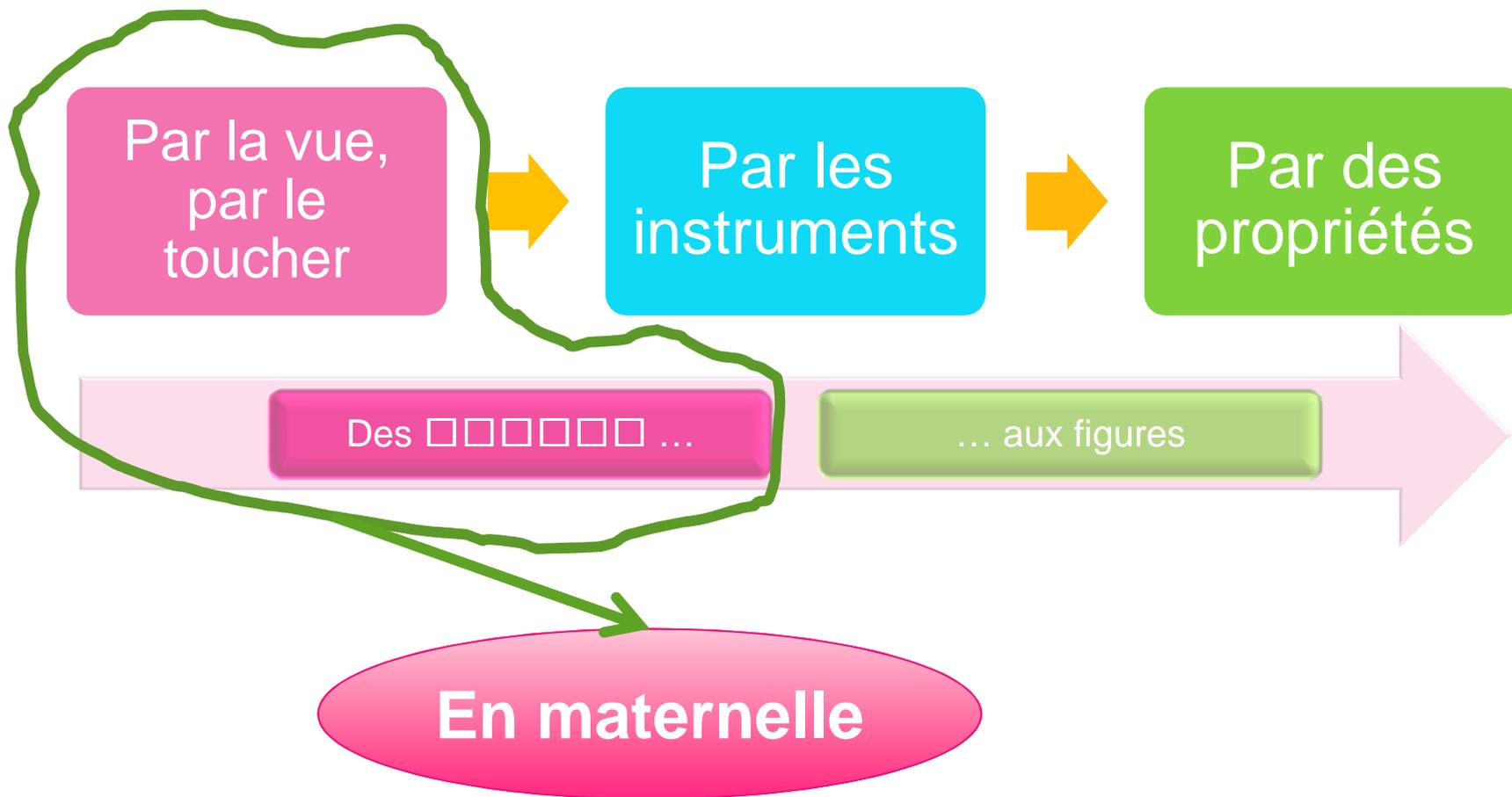
- ◆ Un objet est un carré car, à l'aide d'instruments adaptés, je peux vérifier certaines propriétés (les instruments, porteurs de propriétés)

+ Le temps de la géométrie mathématisée

- ◆ Un objet est un carré car, en fonction d'informations initiales données ou d'informations déduites, je peux en énoncer certaines propriétés

* Charnay R. (1997-1998), De l'école au Collège. Les élèves et les mathématiques, *Grand N*, n°62, IREM de Grenoble

✖ Le contrôle des objets géométriques évolue



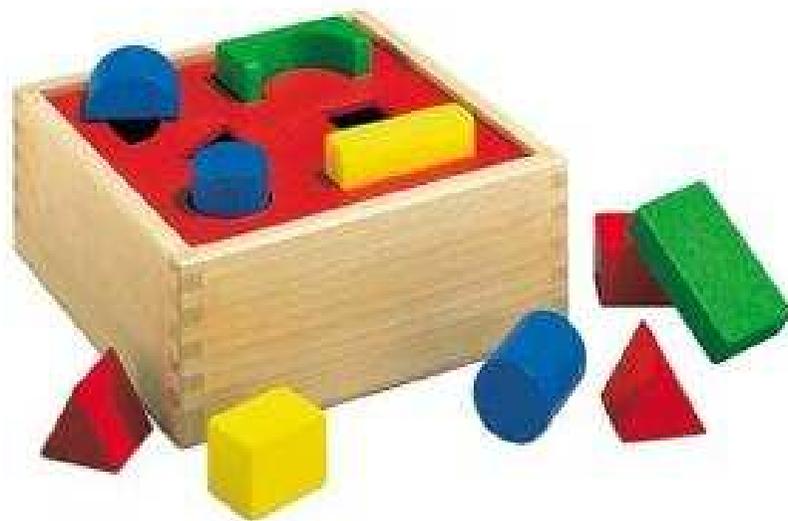
DANS LES TEXTES OFFICIELS DE 2002

✕ *Un extrait des documents d'accompagnement*

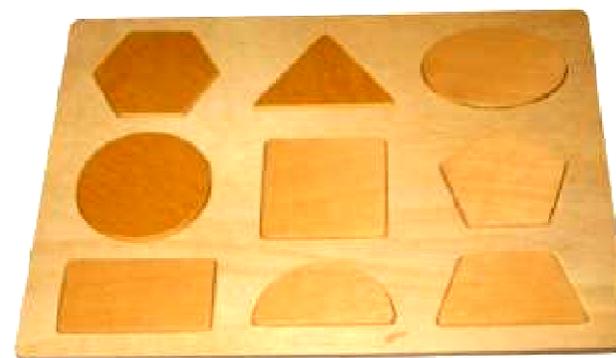
- + Le jeune enfant est capable très tôt de reconnaître une □□□□□, bien avant de l'analyser, de la nommer, d'en repérer des propriétés ou d'en donner une première définition
- + En maternelle, une reconnaissance de certaines □□□□□□ est visée, par la vue et par le toucher
- + Dès les petites classes, les enfants sont familiarisés avec un vocabulaire qui leur permettra, à terme, de caractériser les propriétés d'objets qu'ils auront à décrire, à reconnaître, à reproduire, à construire

DÈS LA PETITE SECTION

- ✘ Apprendre à différencier des □□□□□□ simples par la vue et par le toucher
- ✘ Percevoir l'invariance d'une □□□□□ par rapport au déplacement qu'elle peut subir
- ✘ L'enseignant(e) utilise en situation du vocabulaire et vérifie sa compréhension



Jeux
d'encastrement

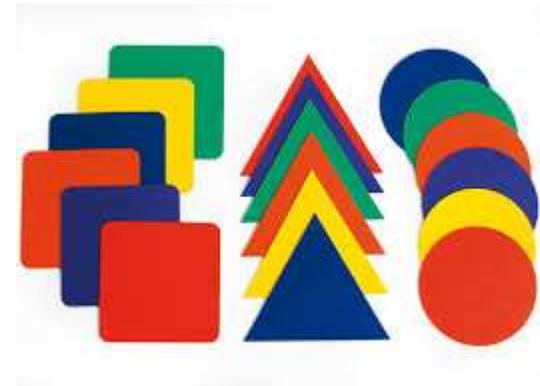


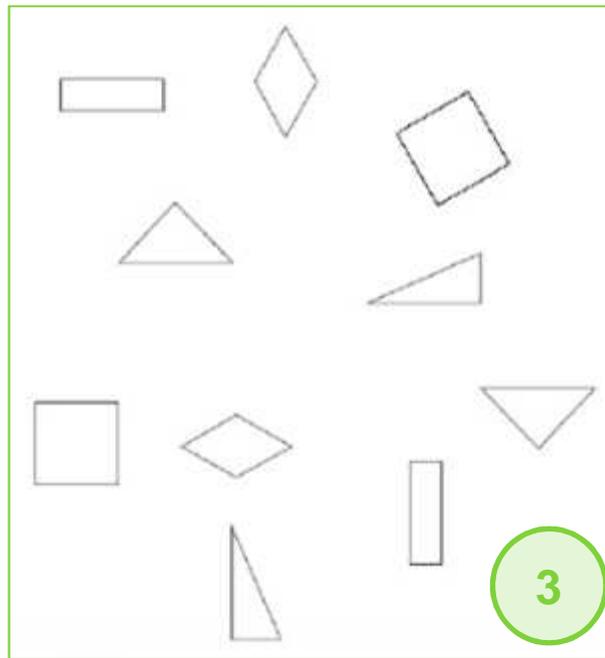
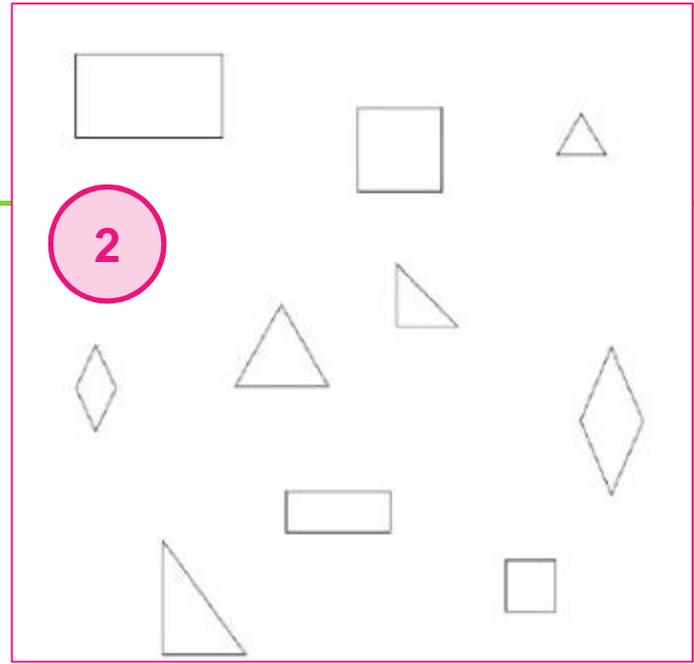
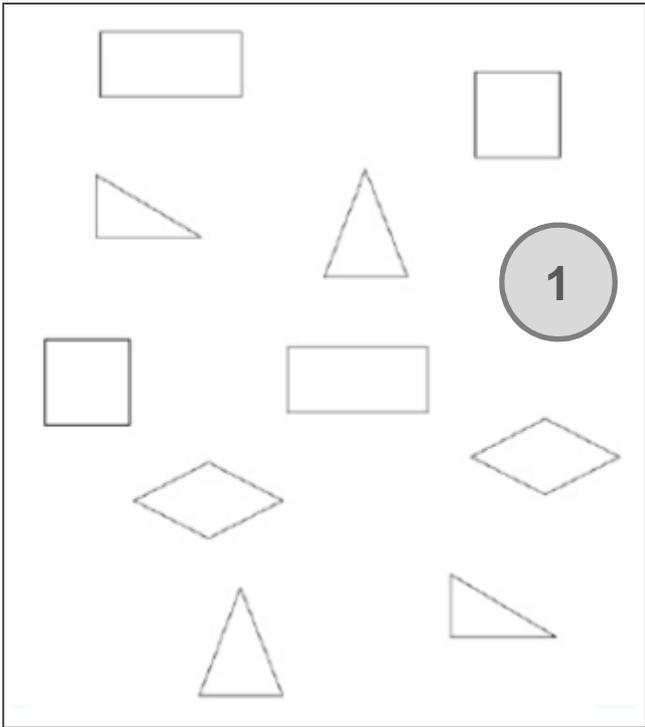


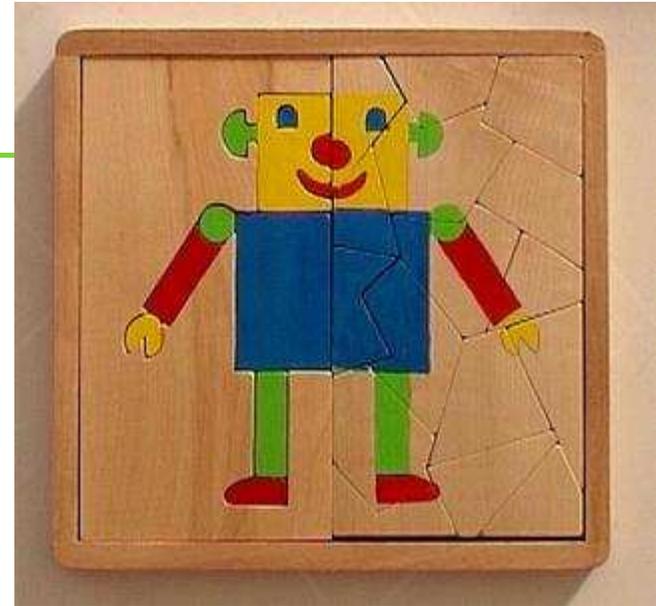
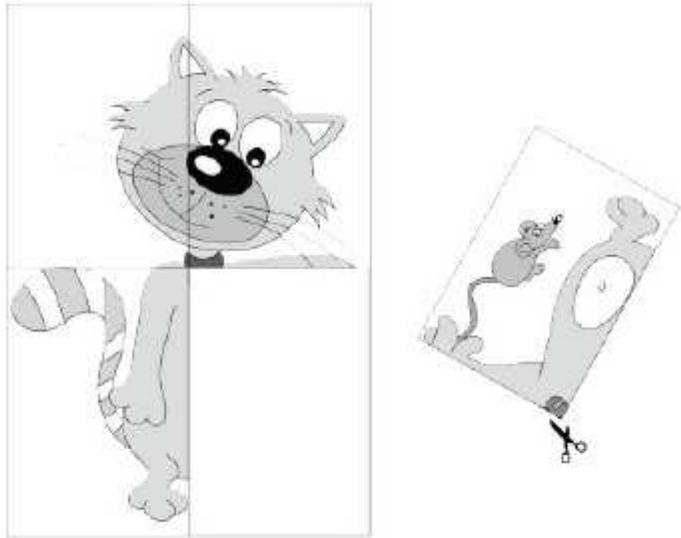
Domino des
formes



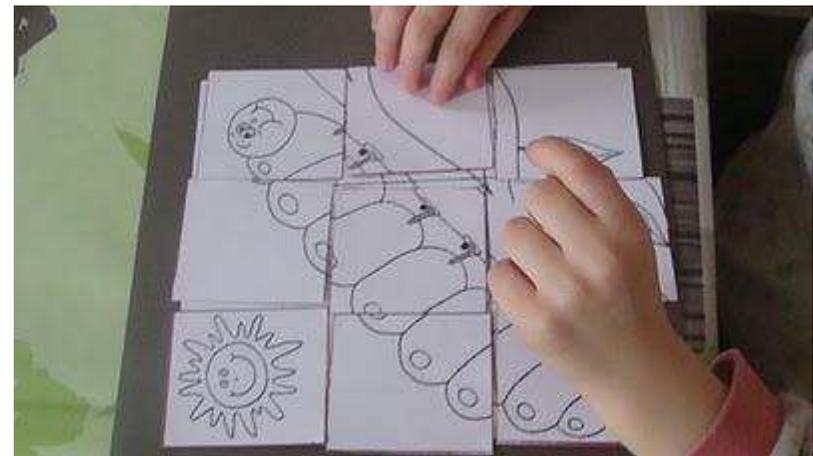
Classement de lots
de formes variées



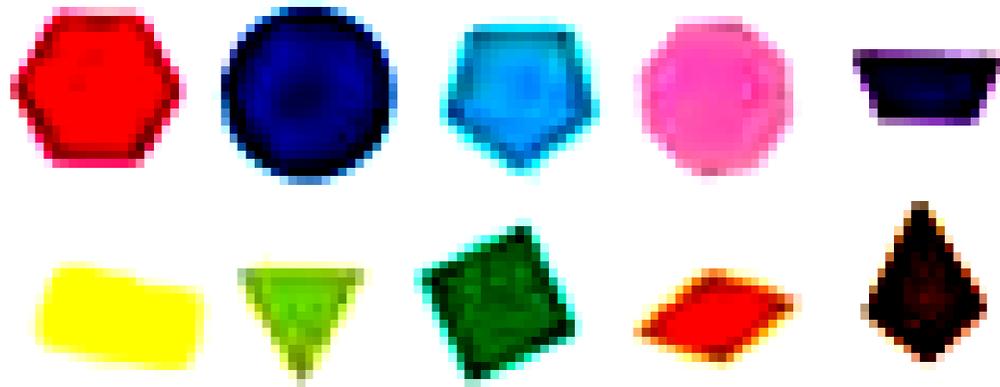
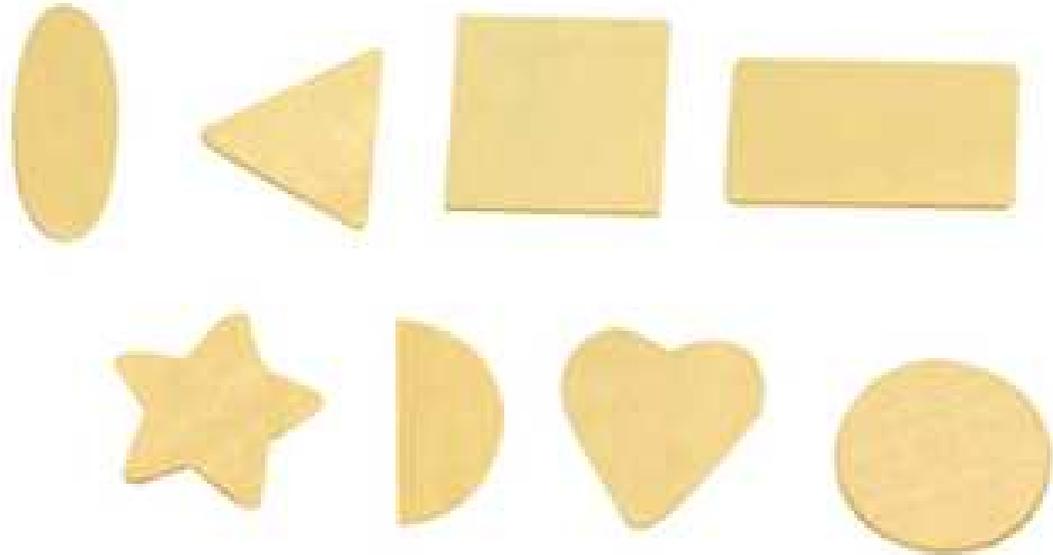




Puzzles

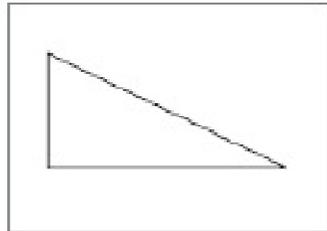


Jeu de l'intrus

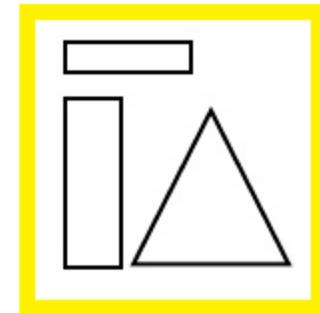
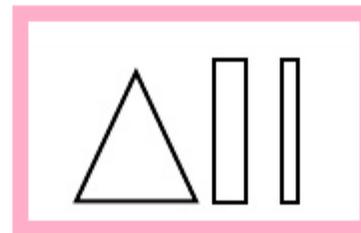
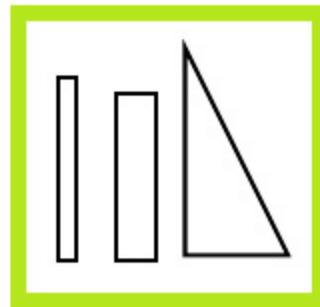
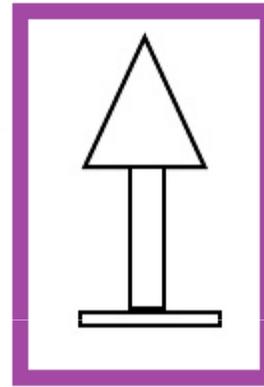


Jeu de Kim

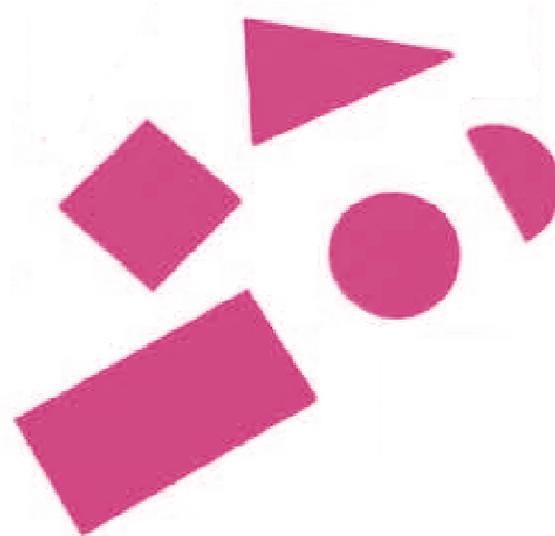
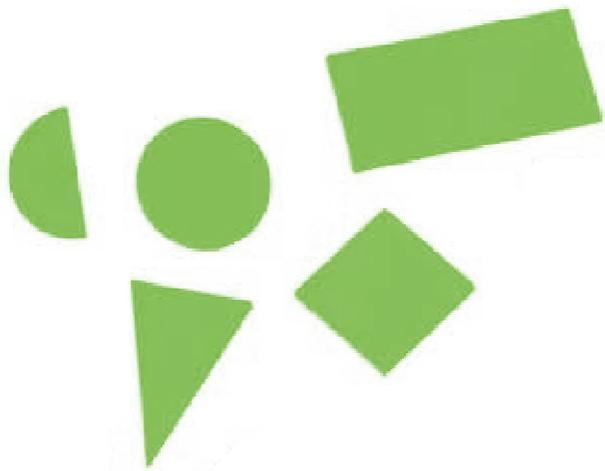
**Chercher une forme
identique à une forme
donnée**

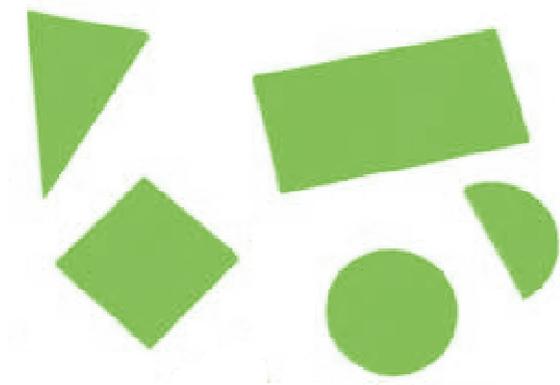


**Chercher les formes
simples constituant une
forme complexe donnée**

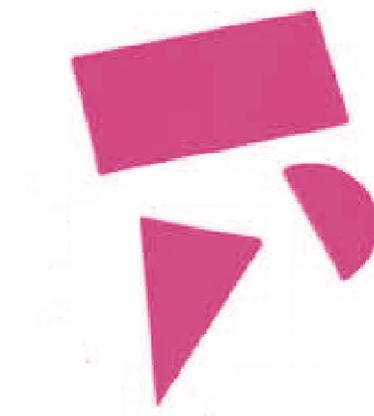


Réaliser une collection
de formes identique à
une collection donnée



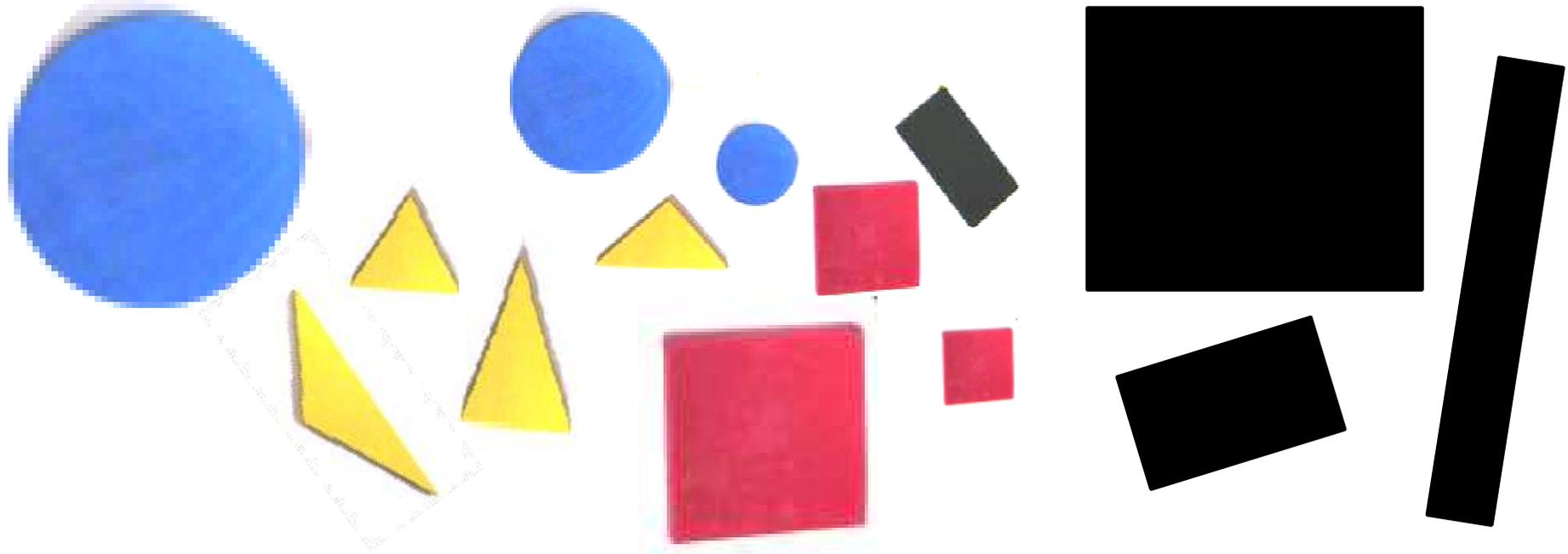


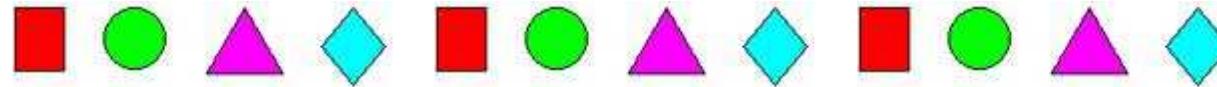
Réaliser une collection
de formes identique à
une collection donnée



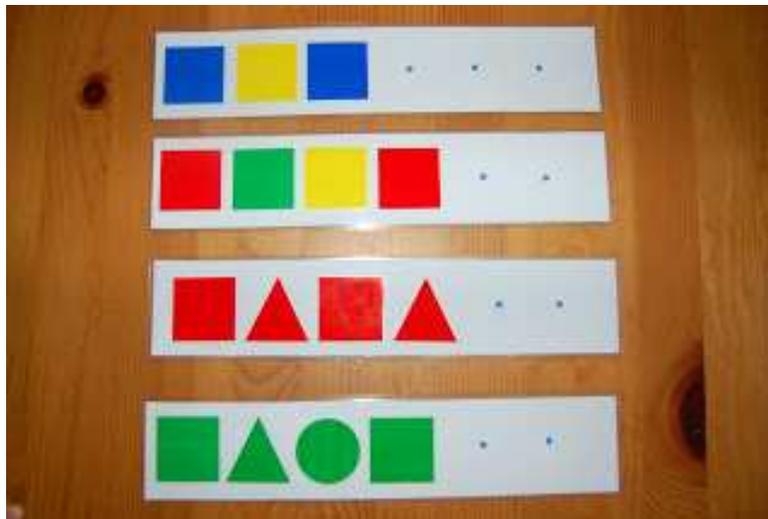
DÈS LA MOYENNE SECTION

- ✖ Les □□□□□□ géométriques simples sont plus nombreuses et plus variées
- ✖ Percevoir l'invariance d'une □□□□□ par rapport à l'orientation et à la taille

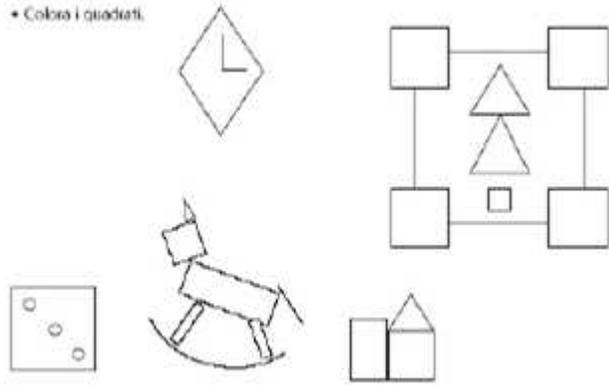




Algorithmes de formes

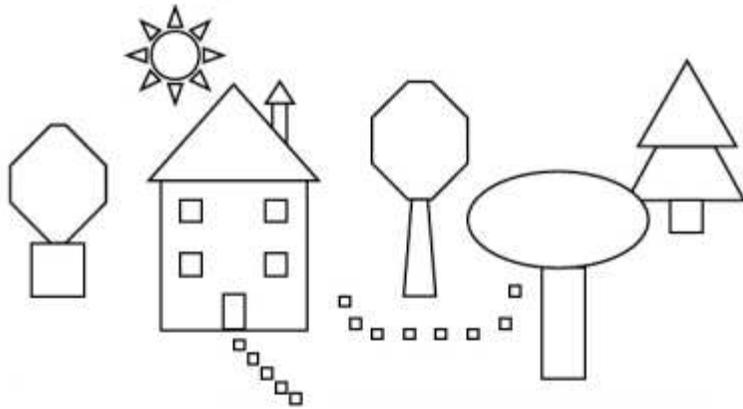


• Colora i quadrati.

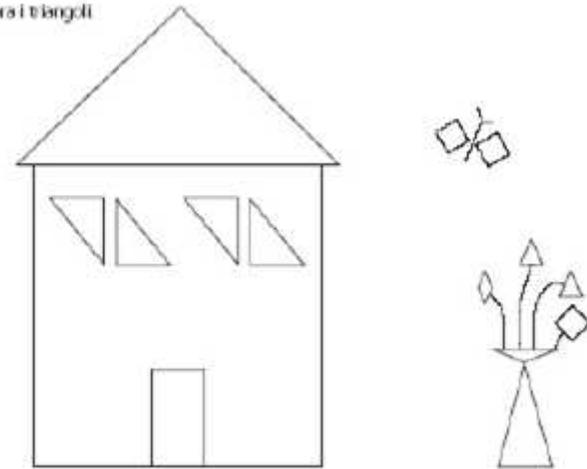


Coloriages

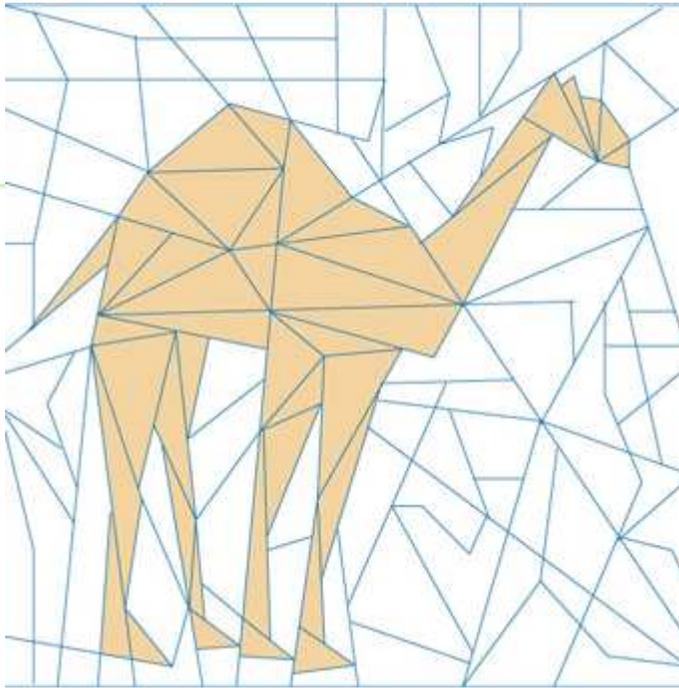
• Colora solo i quadrati



• Colora i triangoli

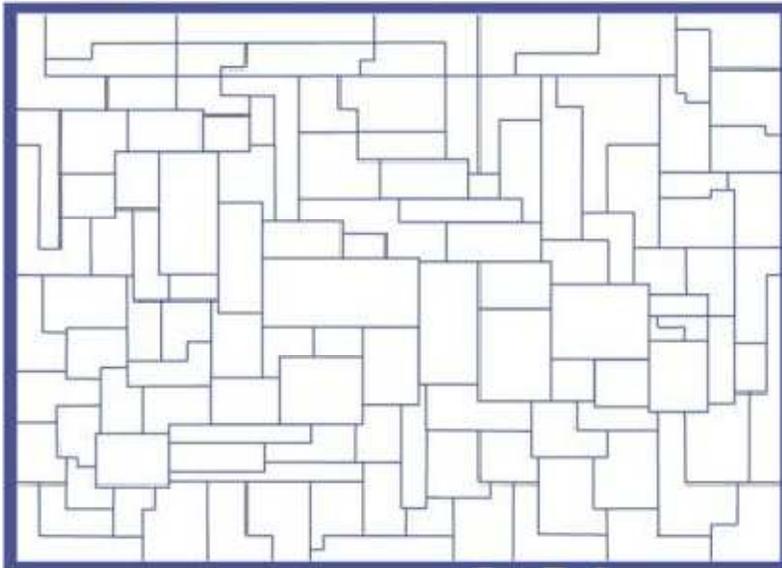


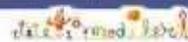
<http://www.teteamodeler.com>

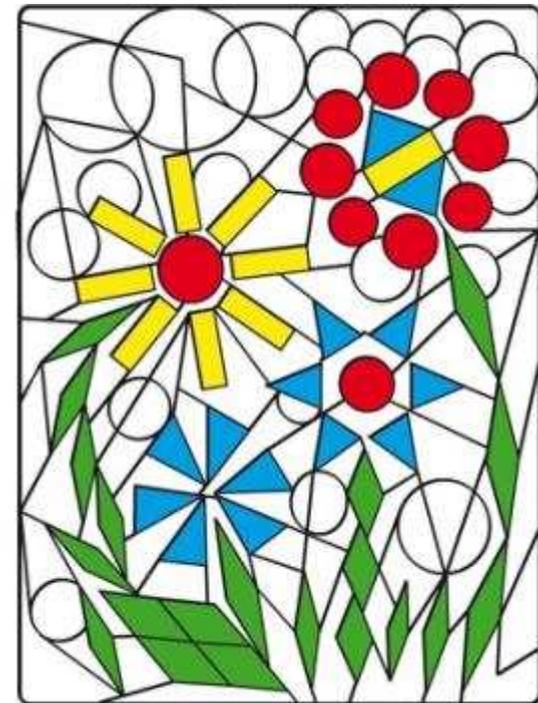


Coloriages

Coloriage géométrique : colorie tous les rectangles et les carrés



 <http://www.teteamodeler.com>



  <http://www.teteamodeler.com>

L'IMPORTANCE DES FORMES

- ✖ Et si les roues n'étaient pas rondes ...



- ✖ Et si le toit n'était pas pointu ...



EN GRANDE SECTION

- ✘ Des □□□□□□ simples sont reconnues et nommées
- ✘ L'enfant différencie des □□□□□□ en énonçant, dans son langage, certaines de leurs propriétés mathématiques (bord droit, bord courbe, ...)
- ✘ Des □□□□□□ simples sont reconnues dans des assemblages complexes
- ✘ L'enfant devient davantage capable de représenter lui-même certaines □□□□□□

Pour traverser la rivière, on va marcher sur des cailloux à forme de carré (de rectangle, de triangle, de losange) ... ou bien sur des formes choisies au fur et à mesure par l'enseignant(e)

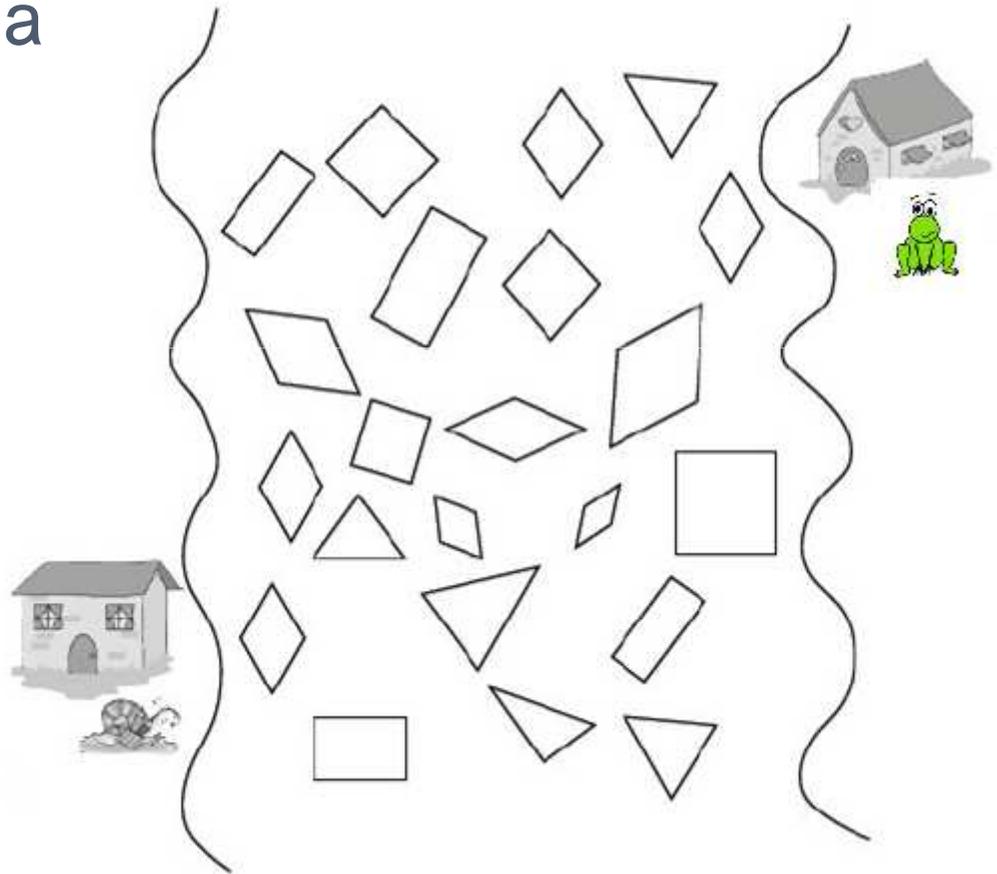


Le parcours
des formes



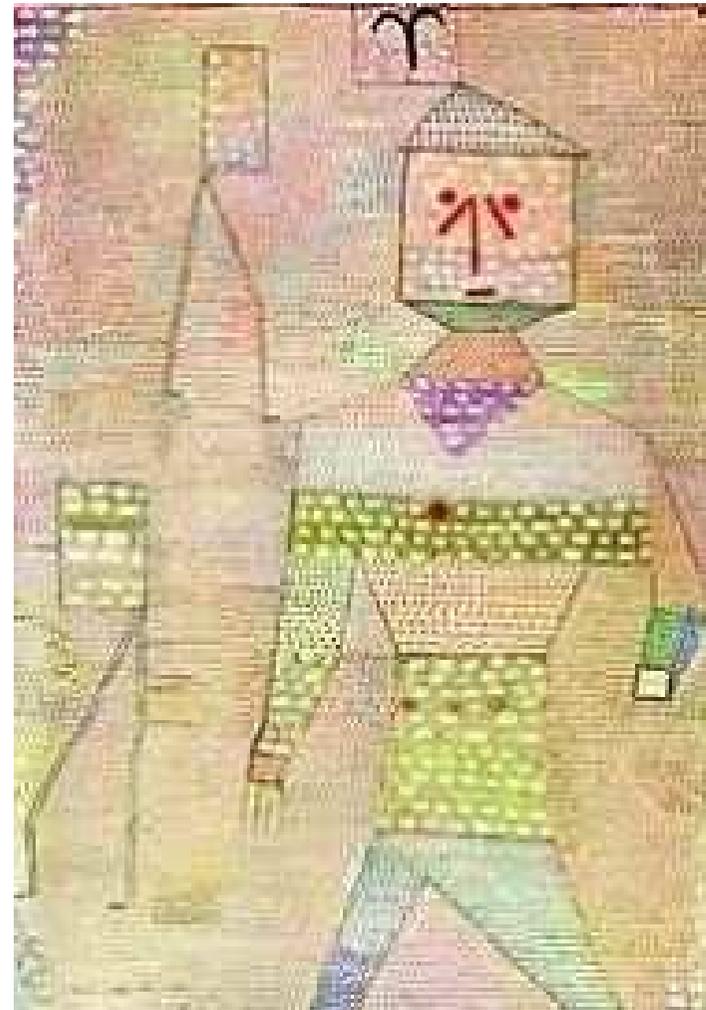
LE PARCOURS DES FORMES

Pour aller rendre visite à l'escargot, la grenouille doit traverser la rivière. Pour cela, elle ne peut sauter que sur des cailloux en forme de ...
Colorie les cailloux sur lesquelles elle pourra sauter



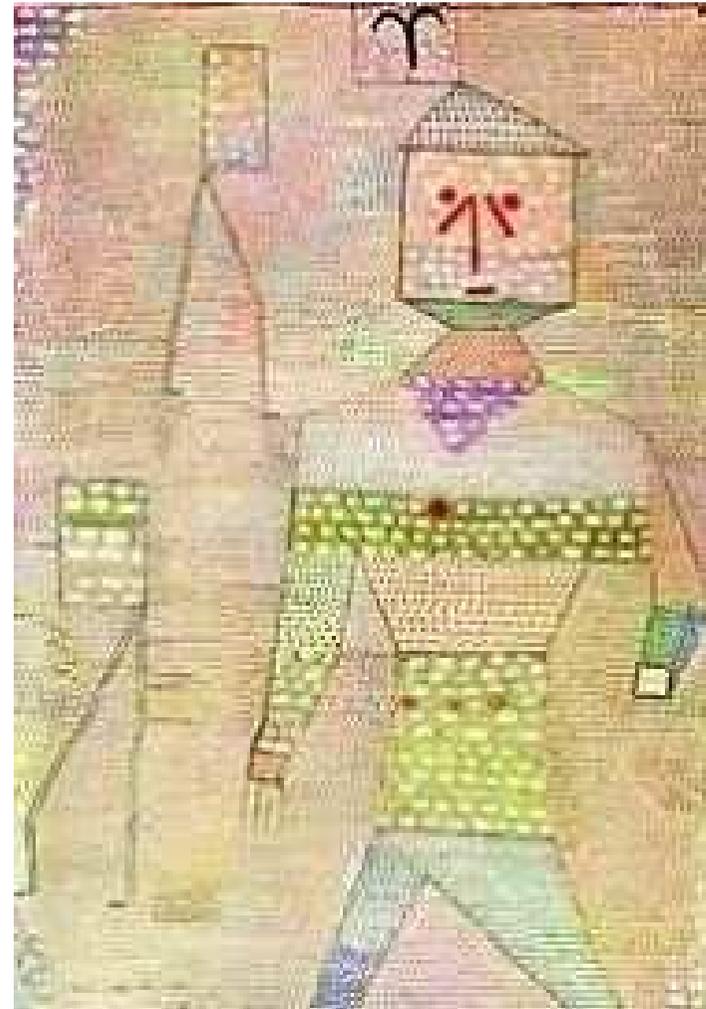
UN TABLEAU DE PAUL KLEE

« Voici un tableau du peintre Paul Klee. Que représente-t-il d'après vous ? »



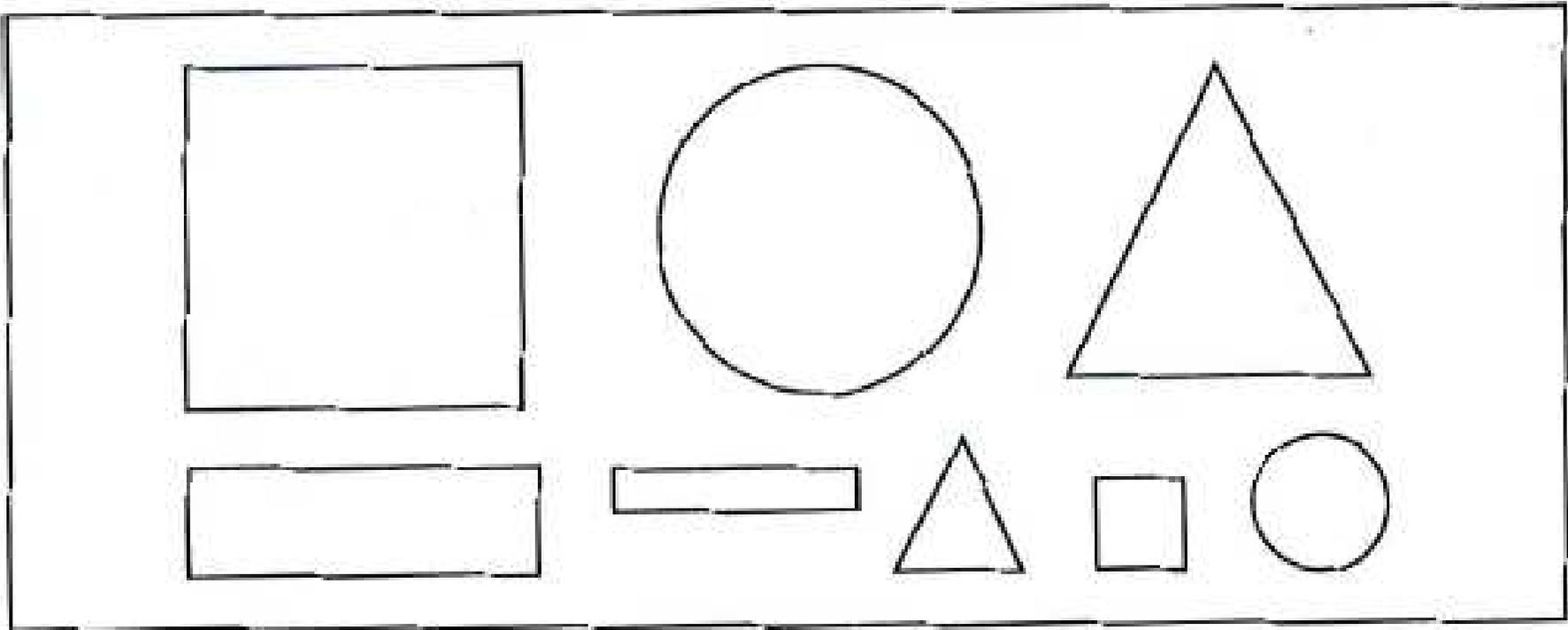
(Le Général en Chef des Barbares, 1977)

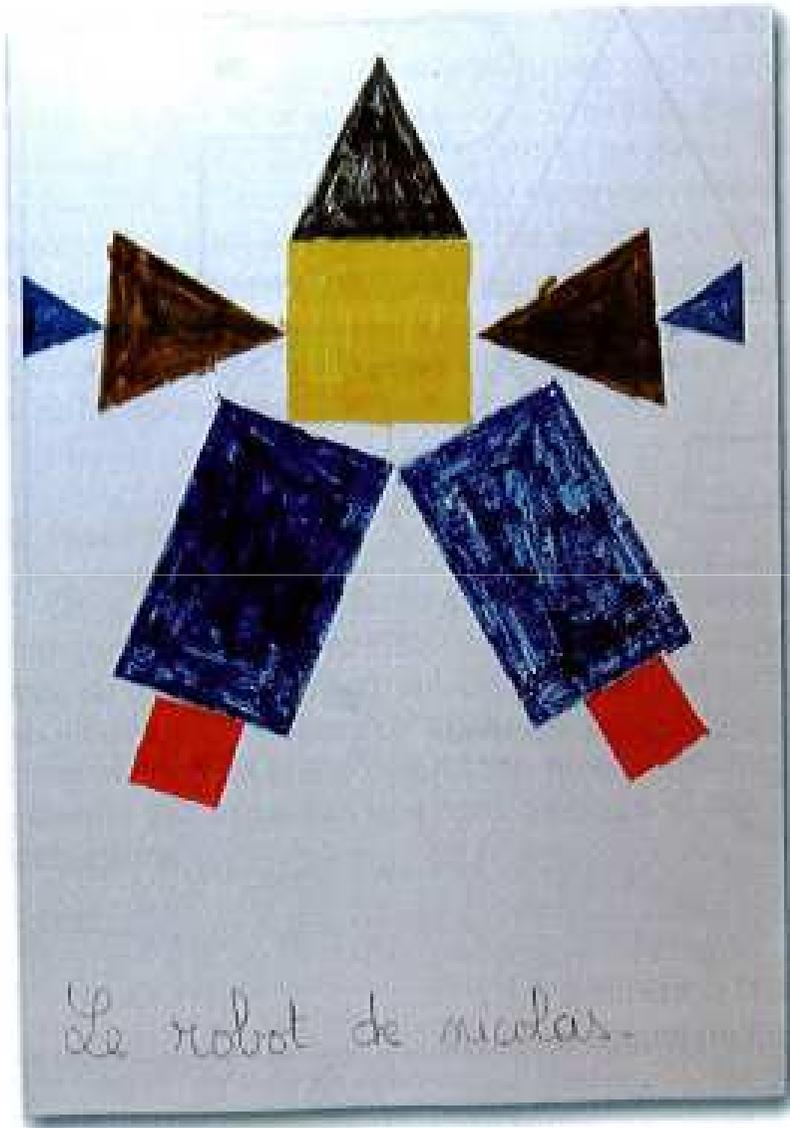
P : C'est un bonhomme avec la tête carrée, il se promène
L : On dirait un bonhomme qui va à la pêche, il a aussi des cannes à pêche
T : C'est celui qui a fait le tableau
A : Il joue au golf
F : Il ressemble à un robot
M : Pourquoi ? En quoi ressemble-t-il à un robot ?
A : Car il a la tête carrée et son chapeau est carré aussi
N : Il a les mains carrées aussi, deux carrés plus petits
F : Non, le chapeau est un triangle
L : Comme un toit
N : Il a le ventre carré
...





AVEC DES POCHOIRS



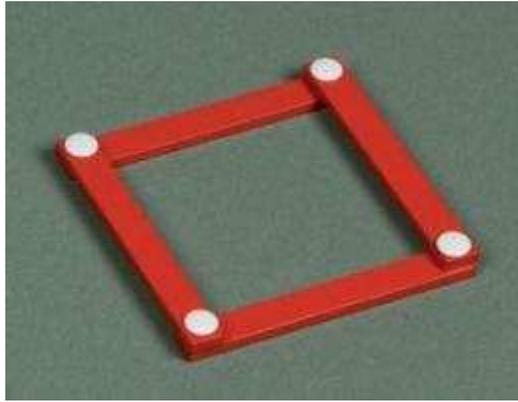


AVEC DES GABARITS



AVEC DES BANDELETTES EN PAPIER





LA MASCOTTE VEUT DESSINER UN CARRÉ

« Jojo veut apprendre à dessiner un carré. Comment doit-elle s'y prendre ? »

Les enfants proposent de lui suggérer de
« faire 4 pointes »

« Hier, je me suis rendue chez Jojo et je lui ai transmis votre message. Voici ce qu'elle a fait » (l'enseignante montre une affiche avec des dessins de quadrilatères)

LA MASCOTTE VEUT DESSINER UN CARRÉ

F et A (en riant) « Tout est faux »

R « Ils ont tous 4 pointes »

M « Mais ce ne sont pas de carrés »

Fr « Celui-ci est bien fait »

D « Celui-là aussi »

« *Alors, Jojo a-t-elle bien fait son travail ?* »

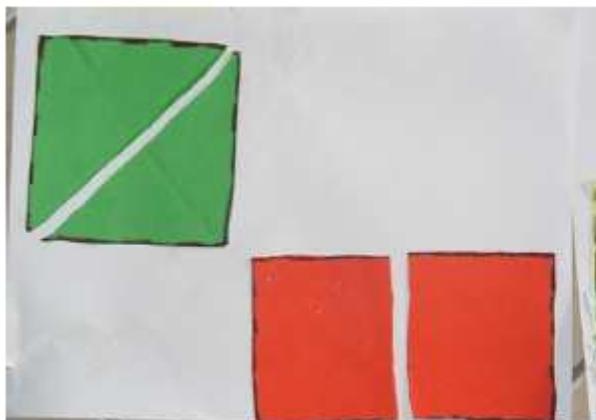
F « Non, il faut lui dire 4 lignes »

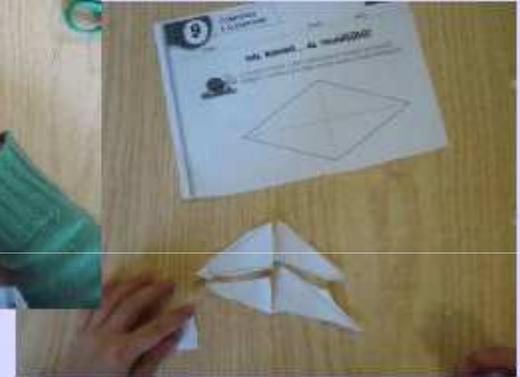
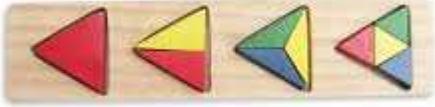
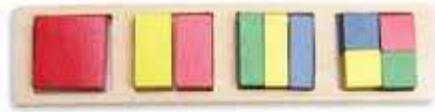
« *Mais celui-ci a 4 lignes aussi* » (en montrant un quadrilatère sur l'affiche)

F « Elle doit les faire comme celui-ci qui a les lignes égales » (il indique un carré)

...

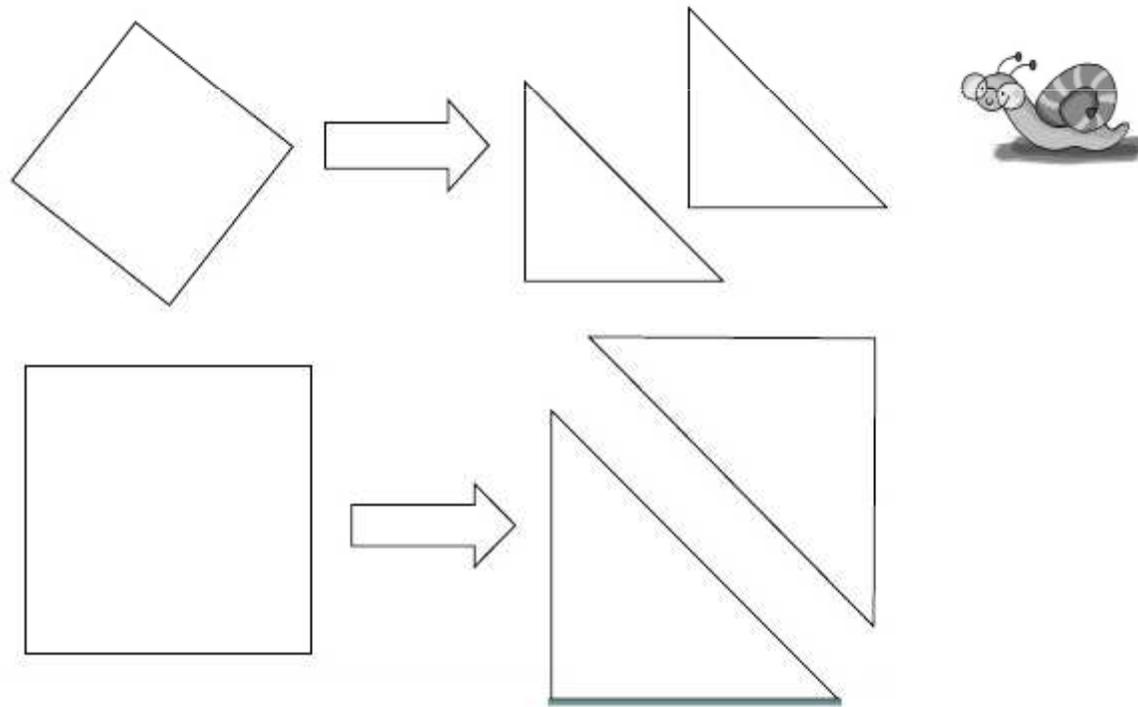
DÉCOMPOSER DES FORMES SIMPLES



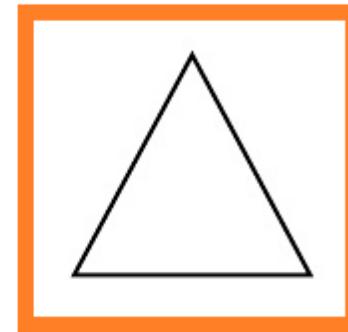
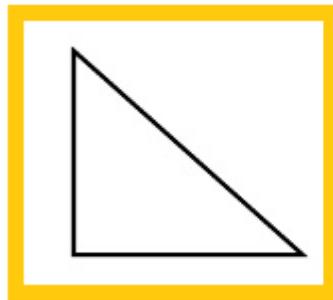
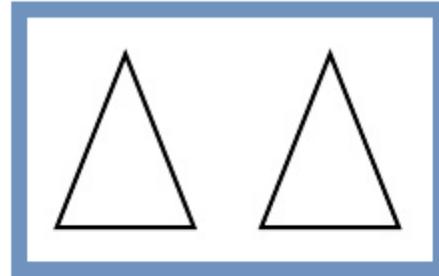


DÉCOMPOSER ET RECOMPOSER

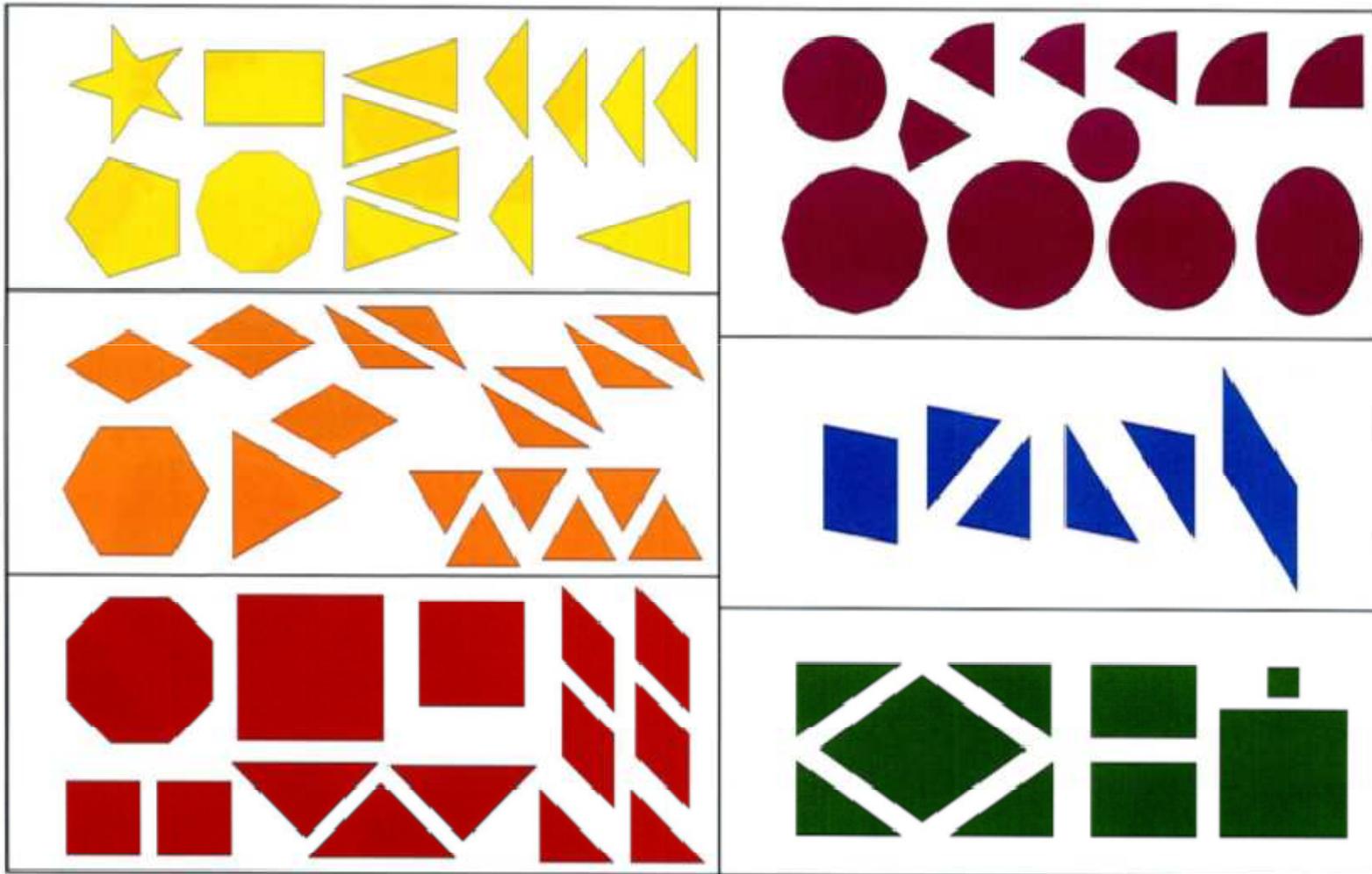
L'escargot veut transformer le carré en triangle.
Comment doit-il s'y prendre ?

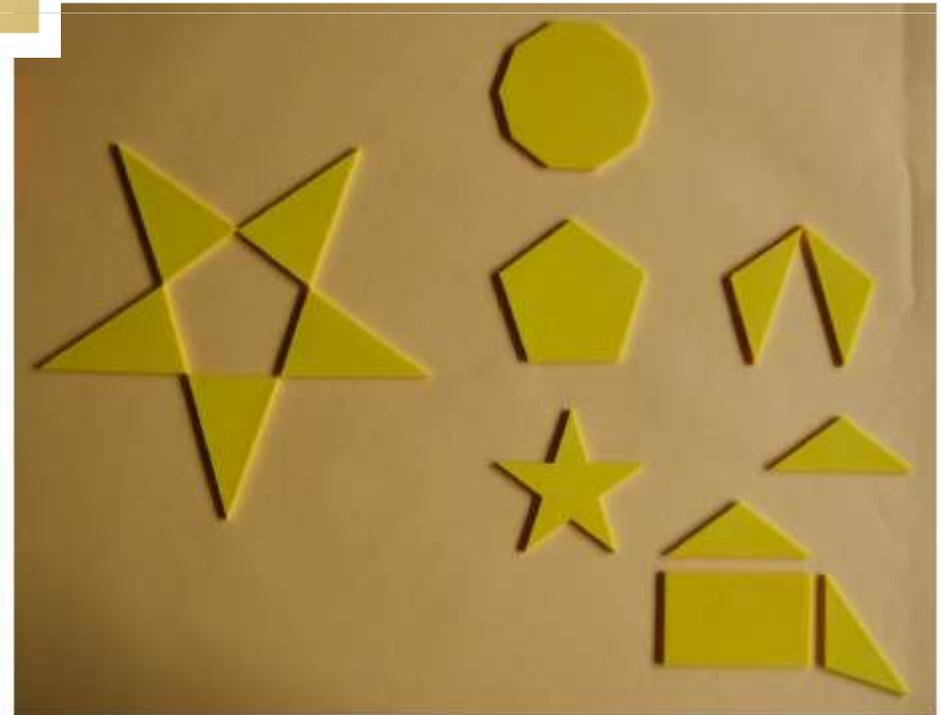
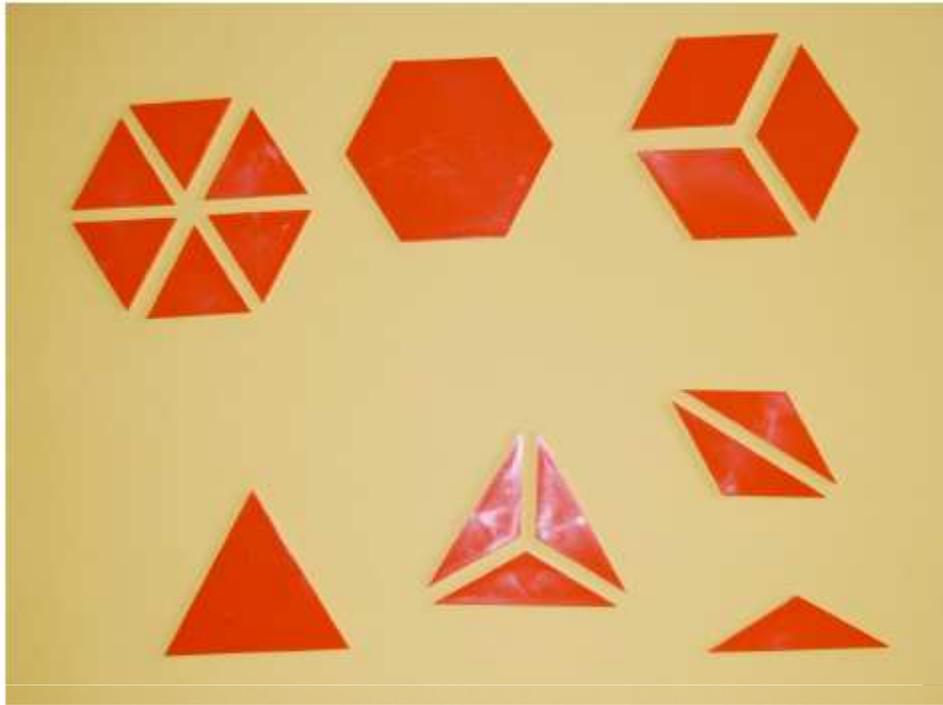


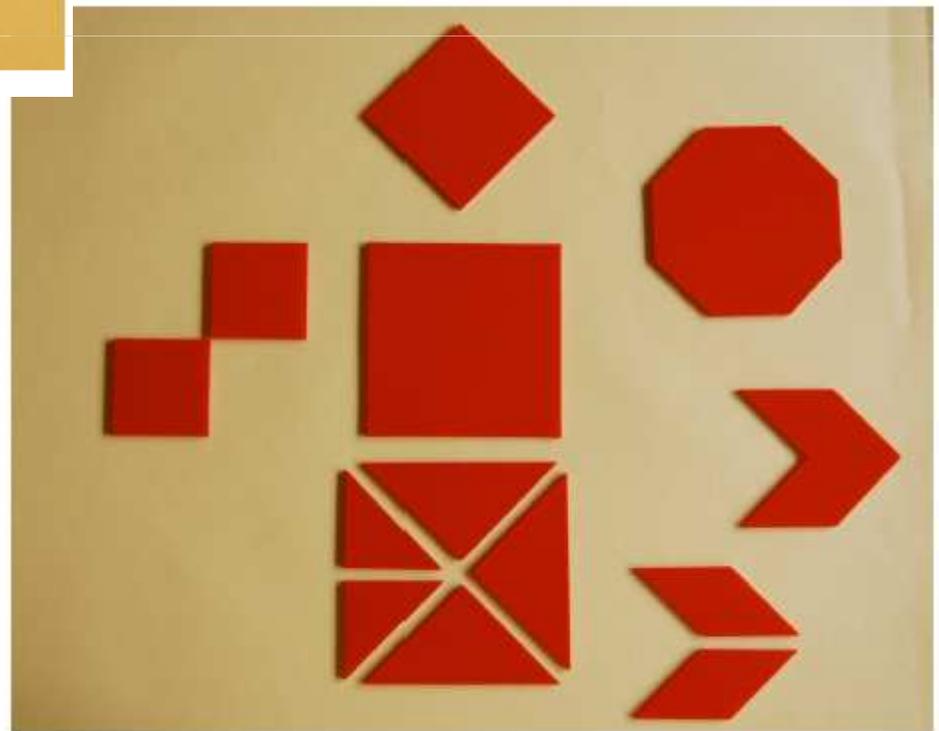
DÉCOMPOSER ET RECOMPOSER

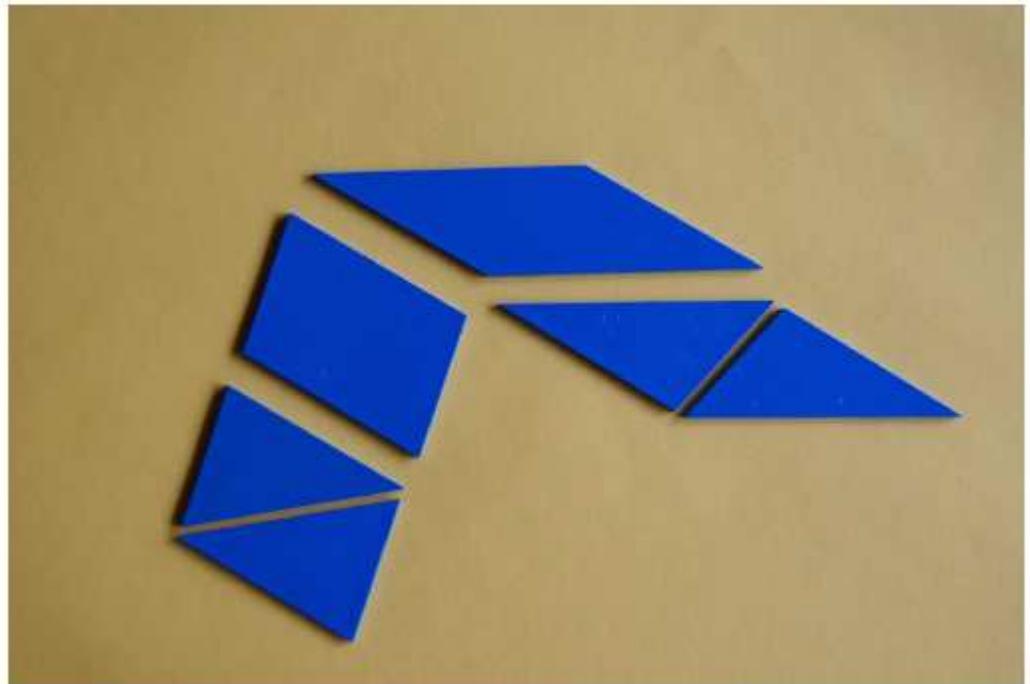
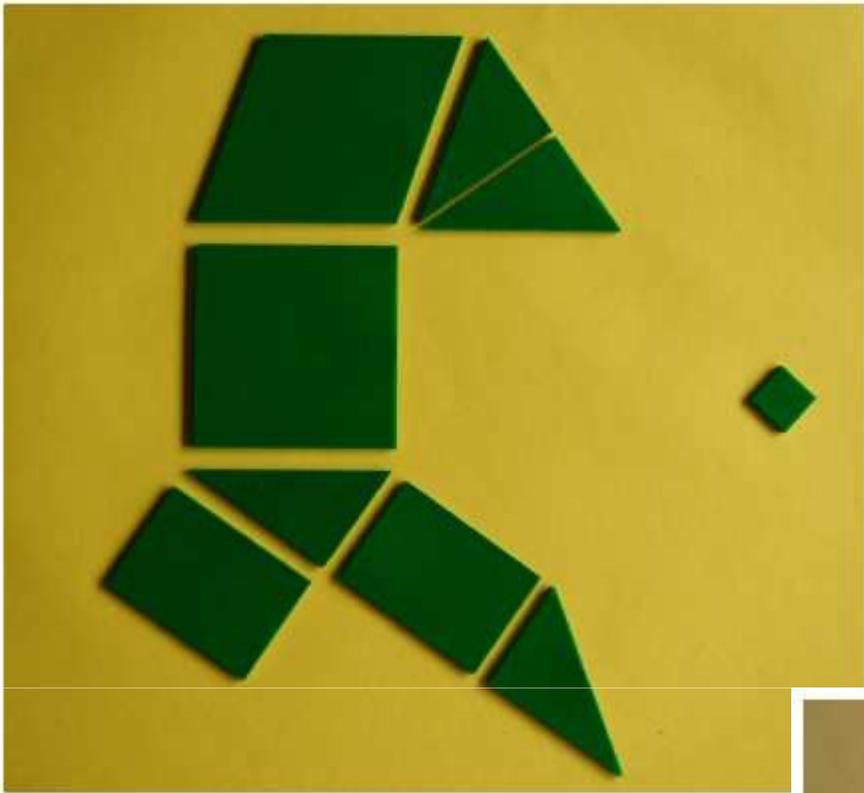


LA MOISSON DES FORMES









DES ACTIVITÉS AVEC LA MOISSON DES FORMES

- ✕ Tri par couleur
- ✕ Tri par noms connus
 - + *Trouver tous les losanges, tous les triangles ...*
- ✕ Reconnaissance des formes d'une même famille
 - + *Jeu de Kim, jeu de portrait, ...*
- ✕ Composer une forme avec d'autres formes
 - + *Quelles formes pouvez-vous créer avec deux triangles ?*
- ✕ Composer avec des triangles
 - + *Quels triangles permettent de fabriquer des losanges ?*
- ✕ Composer avec des carrés
- ✕ Les formes inconnues
- ✕ Associer et composer des formes
 - + *Avec des carrés on peut faire ... mais pas avec des ...*
- ✕ Découper un parallélogramme
- ✕ Différents triangles
- ✕ Puzzles

BIBLIOGRAPHIE

- ✖ Aubertin J.-C., Bettinelli B., Pedroletti J.-C., Porcel N., Schubnel Y. (2007), *De la géométrie à l'école maternelle, pourquoi pas ?*, Presses universitaires de Franche-Comté 3e éd.
- ✖ Bettinelli B. (1993), *La moisson des formes*, Aléas
- ✖ Grelier J.-F. (2004), *Apprentissages géométriques*, Scéren, CRDP Midi-Pyrénées
- ✖ Grelier J.-F. (2009), *Devenir Élève Par Les Apprentissages Géométriques Au Cycle 1*, Scéren, CRDP Midi-Pyrénées
- ✖ <http://psicogeom.jimdo.com/>
- ✖ http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/80_98_Savigny_Roussignol_Formes_GS.pdf

STRUCTURATION DE L'ESPACE EN MATERNELLE

LES PROGRAMMES

PROGRAMMES 2008

Agir avec son corps

- se repérer et se déplacer dans l'espace ;
- décrire ou représenter un parcours simple.

Découverte du monde :

- se situer dans l'espace et situer les objets par rapport à soi ;
- se repérer dans l'espace d'une page ;
- comprendre et utiliser à bon escient le vocabulaire du repérage et des relations [...] dans l'espace.

« La construction des compétences liées au repérage dans l'espace se fait en lien avec le développement des aptitudes sensorielles (vue, toucher, odorat, ouïe, goût) et des facultés motrices et intellectuelles. L'expérience spontanée de l'espace, incontestablement nécessaire, ne saurait à elle seule garantir ces apprentissages. Le recours au langage et la verbalisation des actions réalisées ou des relations utilisées sont indispensables au progrès des enfants. Dans ce domaine, tout particulièrement, les activités papier-crayon ne doivent pas se substituer aux expériences effectuées dans l'espace réel. »

« L'utilisation du langage, la lecture d'images, de photos ou de dessins, leur production à partir de contraintes à respecter, la construction de maquettes (pâte à modeler, légo...), la production de dessins sont, pour l'enfant, autant d'aides à la structuration de l'espace. Ce travail est évidemment à conduire en liaison avec les activités langagières, physiques ou plastiques proposées aux enfants. »

Doc. d'accompagnement des programmes 2002

A l'école maternelle, il s'agit de :

- **faire découvrir à l'enfant un nouvel univers;**
- **de décentrer et d'élargir sa vision égocentrique du monde ;**
- **de construire peu à peu le transfert de l'espace vécu à l'espace représenté.**

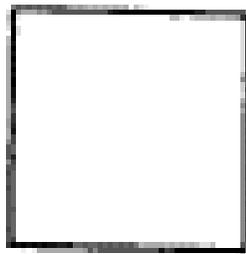
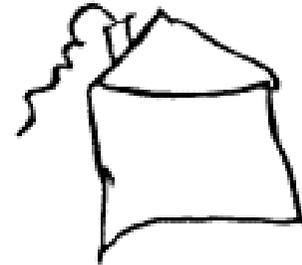
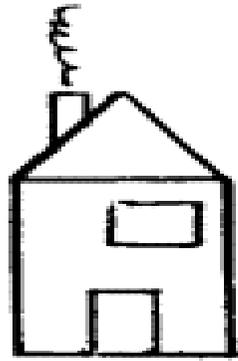
STRUCTURATION DE L'ESPACE ET DÉVELOPPEMENT DE L'ENFANT

LES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES

Les propriétés des objets et leurs positions relatives sont classées en 3 principales catégories :

- les propriétés topologiques : ce sont les premières propriétés auxquelles l'enfant est sensible . Elles reposent sur les simples rapports de fermeture et d'ouverture, de voisinage et de séparation, d'enveloppement (ouvert/fermé – intérieur/extérieur – dans/hors de ...).

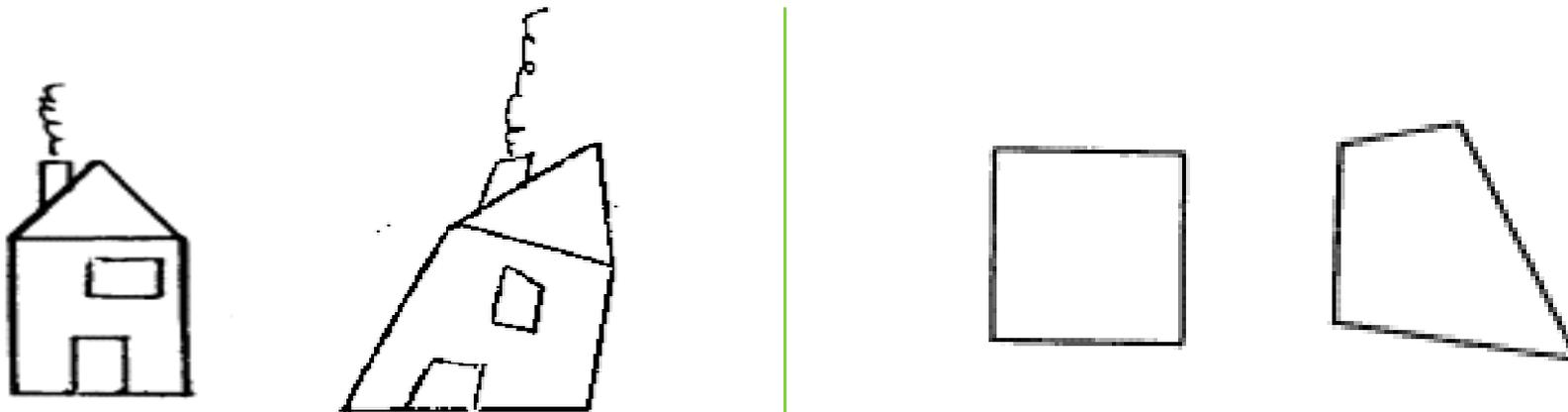




LES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES

Les propriétés des objets et leur position relative sont classées en 3 principales catégories :

□ les propriétés projectives : l'enfant devient capable de concevoir les transformations perspectives liées aux divers points de vue possible de l'objet selon ses positions (gauche/droite – devant/derrière – haut/bas – dessus/dessous...).



LES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES

Les propriétés des objets et leur position relative sont classées en 3 principales catégories :

□ les propriétés euclidiennes : elles portent sur le caractère d'un objet par rapport à sa position et ses déplacements.

L'enfant prend en compte les mesures (longueurs, angles)
→ plan, maquette, échelle, mesures.



LE DÉVELOPPEMENT DE L'ENFANT SELON PIAGET

Stade sensori-moteur : de la naissance à l'âge de 2 ans

L'enfant se situe dans **l'espace vécu**, c'est-à-dire dans l'espace de l'action et du mouvement.

A partir de réflexes simples et d'habitudes acquises, il découvre progressivement son environnement et le développement de ses capacités perceptives et motrices lui permettent de construire l'espace vécu.

LE DÉVELOPPEMENT DE L'ENFANT SELON PIAGET

Stade pré-opératoire : de 2 ans à 6-7 ans

L'enfant commence à percevoir l'espace sans que son corps ait besoin de l'expérimenter directement (comportement d'imitation, jeu symbolique).

Il passe donc d'un espace perceptif à un **espace représentatif**.

Durant cette période, l'enfant va alors découvrir l'espace en ne considérant que les rapports topologiques entre les objets :

- le rapport de voisinage ;
- le rapport de séparation ;
- le rapport d'ordre ou de succession (devant, derrière, dessus, dessous...) ;
- le rapport d'entourage ou d'enveloppement (intérieur, extérieur, dedans, dehors...) ;
- le rapport de continuité, de discontinuité (formes ouvertes ou fermées).

C'est à ce stade qu'apparaît l'**égoïsme** ; en effet, la vision du monde de l'enfant se fera toujours par rapport à lui.

LE DÉVELOPPEMENT DE L'ENFANT SELON PIAGET

Stade des opérations concrètes : entre 6 et 11 ans

L'enfant dépasse son égocentrisme et devient plus objectif. Il parvient à situer les objets non plus par rapport à lui-même mais par rapport à d'autres coordonnées. L'espace euclidien et l'espace projectif se constituent parallèlement l'un à l'autre.

L'espace projectif provient du fait que l'enfant coordonne les différents points de vue de l'objet dans le plan spatial, et ne considère plus les objets eux-mêmes mais par rapport à l'environnement.

De plus, l'enfant coordonne les objets entre eux par rapport à un axe de coordonnées stables, ce qui conduit à l'élaboration de l'espace euclidien.

Stade des opérations formelles : à partir de 11 ans (espace conçu)

Pour Liliane Lurçat, l'espace représentatif ne doit pas être séparé de l'espace sensori-moteur. L'enfant, dès sa naissance, se représente l'espace dans lequel il vit.

Connaissances de repères de l'espace (*La psychomotricité au service de l'enfant*, B. De Lièvre, L. Staes, De Boeck-Belin, 1993)

| | |
|---------------------|---|
| De 2 à 3 ans | devant – derrière – Sur (dessus) – Sous (dessous) dedans/dehors grand/petit en haut/en bas |
| 4 ans | à côté de – loin – près – autour - moyen couché (horizontal)/debout (vertical) rond – carré |
| 5 ans | contre (quelque chose) – partout droit – entier rectangle |
| 6 ans | droite (sur lui) – gauche (sur lui) penché - au milieu – demi épais – mince |
| 7 ans | droite et gauche sur autrui placé dans le même sens losange |
| 8 ans | droite et gauche sur autrui placé en face à face long - court |

LES DIFFÉRENTS TYPES D'ESPACE (BROUSSEAU)

Micro-espace : c'est l'espace proche du sujet. On peut voir, toucher et déplacer les objets de cet espace. Le sujet est à l'extérieur de l'espace et peut avoir plusieurs **points de vue** de l'objet étudié.

Méso-espace : c'est un espace intermédiaire, un espace accessible à une vision globale. Le sujet est à l'intérieur de l'espace dont l'ensemble peut être accessible à une vision globale. Il peut s'y déplacer pour observer l'espace selon différents points de vue.

Macro-espace : C'est un espace accessible seulement à des visions locales. On ne peut donc pas l'appréhender globalement. Une partie seulement de cet espace est sous le contrôle de la vue. Le sujet est à l'intérieur de l'espace et doit coordonner des informations partielles pour conceptualiser cet espace.

LES VARIABLES

LES DIFFÉRENTES VARIABLES

- Repérage :
 - Se repérer par rapport à ...
 - Repérer autrui ou un objet par rapport à soi, par rapport à autrui, par rapport à un objet orienté, par rapport à un objet non orienté
- Dans l'espace, à partir de la lecture d'un plan, à partir d'informations verbales
- Dans le méso ou micro espace
- Statique, mobile

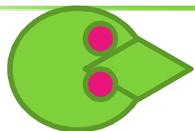
L'élève doit situer les objets par rapport à lui-même



L'élève doit se situer par rapport à un objet orienté



L'élève doit se situer par rapport à un objet non orienté

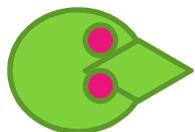


Elève

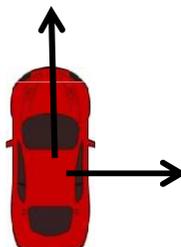


« Je suis à côté de l'arbre »
ou « Je suis loin de l'arbre »

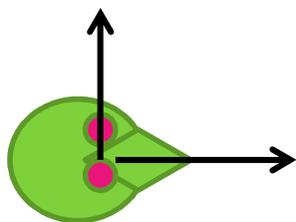
L'élève doit situer un objet par rapport à un autre objet



Elève



« Kevin est devant la voiture »



Elève



« Kevin est à gauche de l'arbre »

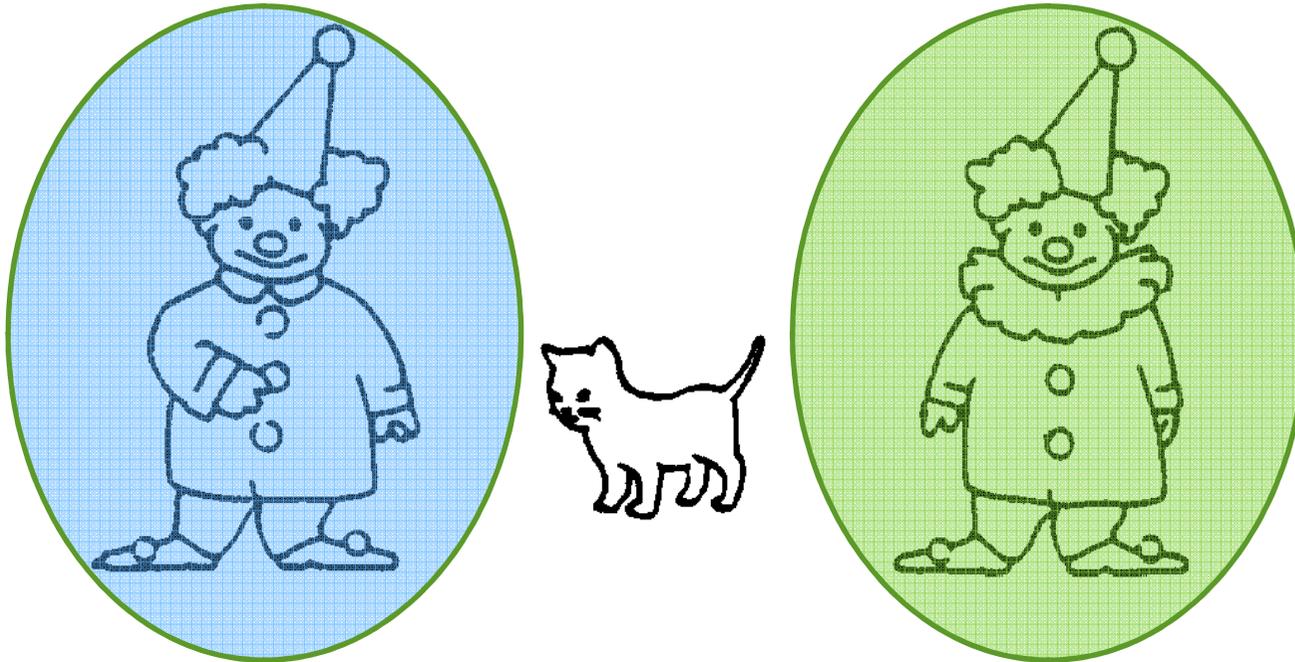
DES AMBIGUÏTÉS

Evaluation Grande section – Eduscol -

Dire aux élèves :

« *Regardez la série de dessins qui représentent des clowns et un chat.* »

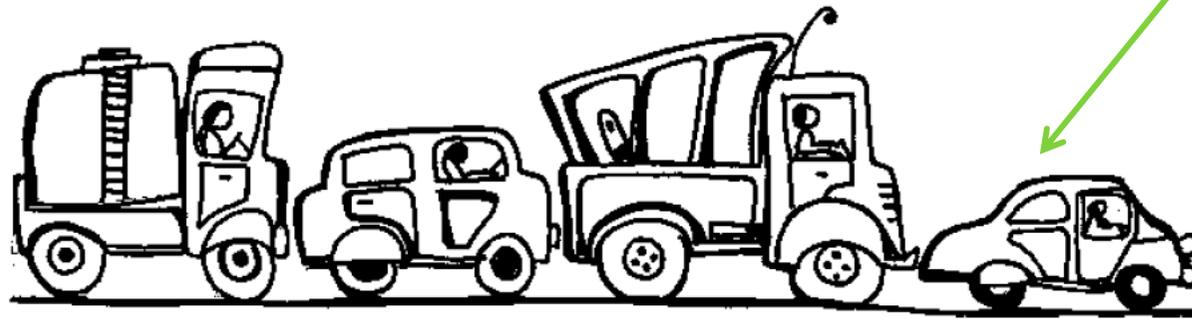
« *Entourez le clown que vous voyez à droite du chat.* »



A la droite du chat ?

ou

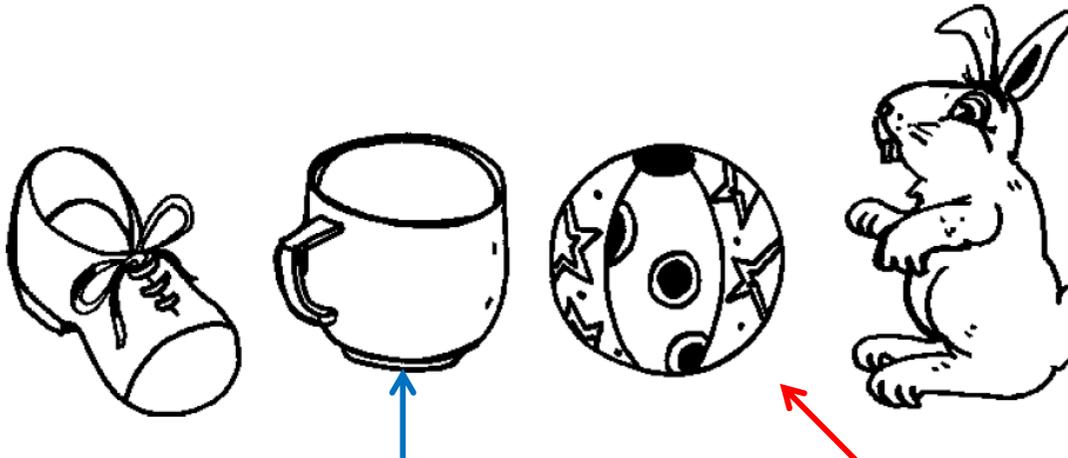
A la droite de l'observateur ?



1^{er} véhicule ?

Est-elle devant, derrière, à droite du camion ?

1^{er} objet ?



La tasse, est-elle à droite ou à gauche de la chaussure ?

Le ballon est-il à gauche, devant, derrière le lapin ?



Quelle est la voiture qui est à droite de la maison ?

Quand nous disons que « dans 25 », par exemple, « 2 est devant 5 », il s'agit alors de tenir compte du sens dans lequel on écrit.... et de comprendre « juste devant »...

EXEMPLES DE CONSIGNES

*Autour du repérage des compétences dans des domaines
mathématiques en cycle 1 et 2 – Volume 2 « Géométrie »
IUFM Midi-Pyrénées, Université Toulouse 2, IREM de Toulouse*

Se placer à la gauche d'autrui : le cas de Manon

Consigne novembre : Peux-tu te placer à la gauche de moi ?

Consigne juin : Peux tu te placer à ma gauche ?

AUTRES EXEMPLES

- Parcours : Manon, Ulysse et Balthazar
- Lire une position sur un plan et se placer à la position lue : Manon et Ulysse
- Nommer des positions : Manon et Ulysse
- Placer objet comme sur la photo : Manon

EXEMPLES DE SITUATION

REPÉRAGE SUR QUADRILLAGES

Situation : « Les maisons déformées », GS

Ecole Blaise Pascal – Nevers –
Classe de Monsieur Paquaux

Christelle Raclin et Céline Quentin

Phase 1 : Collective dans le méso-espace

Maisons de tailles différentes mais orientées de façon identique

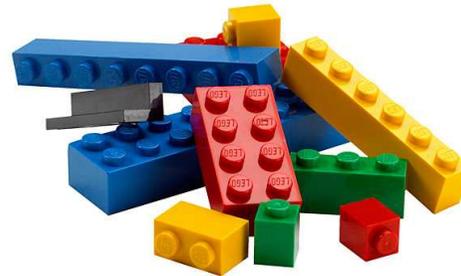
Phase 2 : Vers l'abstraction

Travail par groupes (3 niveaux) dans le micro-espace

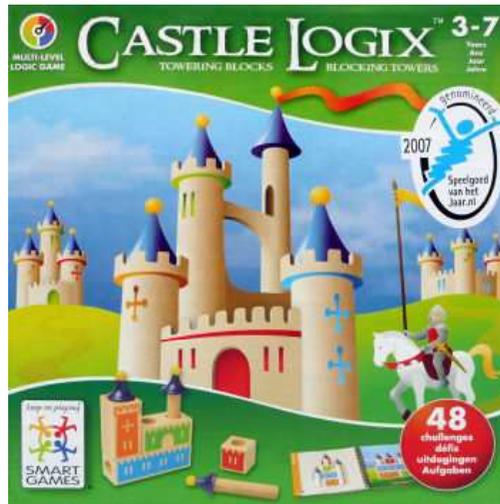
Phase 3 : Evaluation différenciée

JEUX DU COMMERCE

EXEMPLES DE JEUX DU COMMERCE



EXEMPLES DE JEUX DU COMMERCE



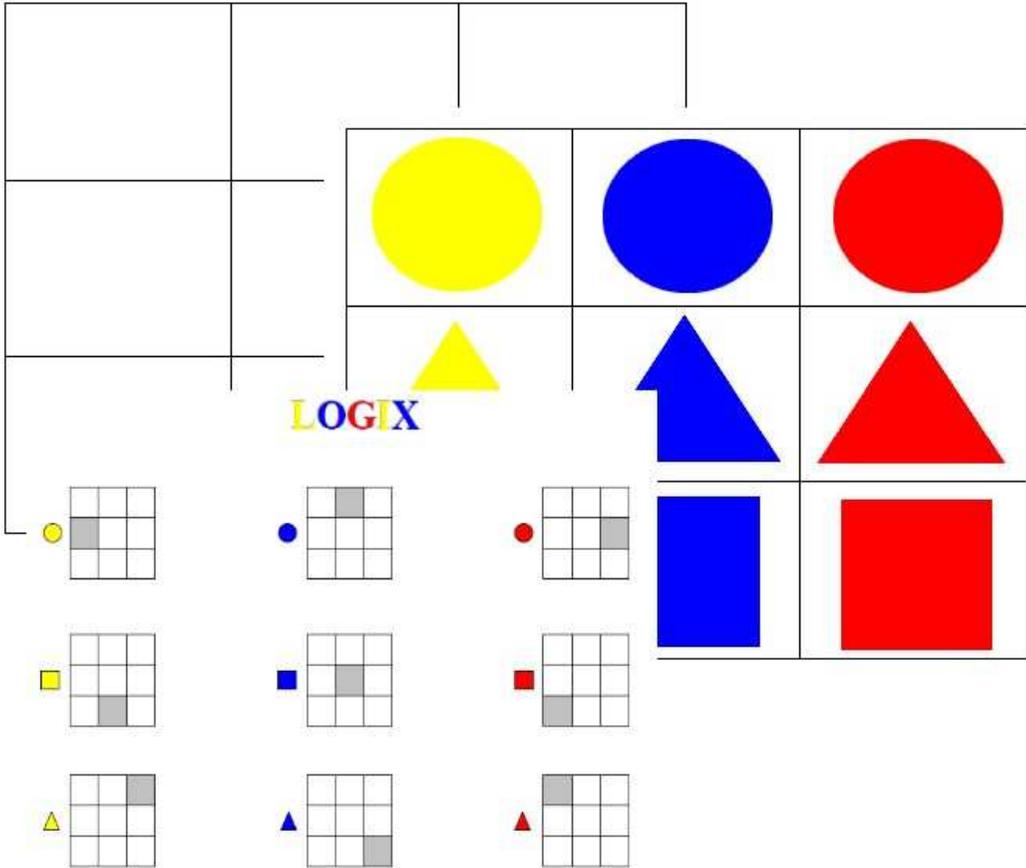
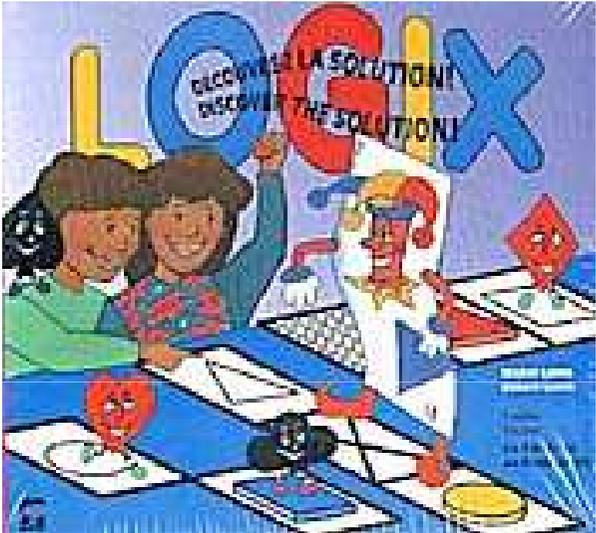
Castle Logix – Smart Games

EXEMPLES DE JEUX DU COMMERCE



Bric à briques – Smart Games

EXEMPLES DE JEUX DU COMMERCE



Logix – Chenelière McGraw-Hill

EXEMPLES DE JEUX DU COMMERCE

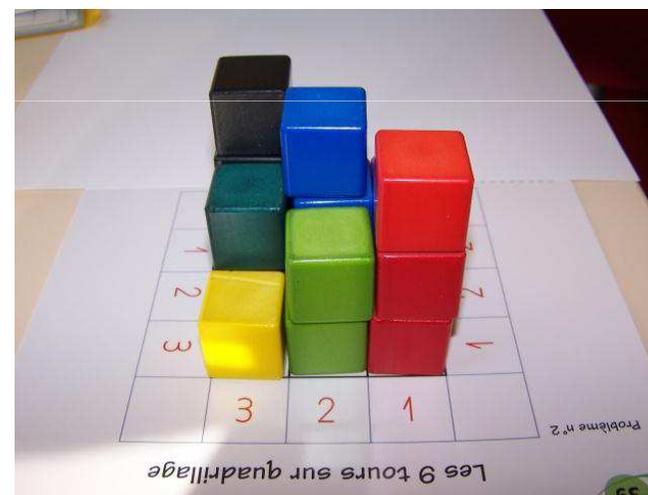
Architek – Chenelière McGraw-Hill



EXEMPLES DE JEUX DU COMMERCE



RushHour – Thinkfun



Jeux des tours – D. Valentin
« Découvrir le monde avec les mathématiques »