

Chapitre 10

Le Calcul Littéral

Activité 1 Calcul littéral : c'est bizarre ça ?

En fait, tu l'utilises depuis longtemps !!! Quand on demande de calculer l'aire puis le périmètre d'un rectangle de 4cm de longueur et 3cm de largeur : tu te dis "Super simple", j'utilise des formules :

- Pour le périmètre : $2 \times (\text{Longueur} + \text{largeur})$ soit $2 \times (L + l)$ ou bien : $2 \times L + 2 \times l$

- Pour l'aire : longueur $\times$ largeur soit $L \times l$

Alors, lorsque $L=4\text{cm}$ et $l=3\text{cm}$: périmètre = $2 \times (L + l) = 14\text{ cm}$ et aire = $L \times l = 12\text{ cm}^2$

Tu viens de faire un **calcul littéral** : un calcul avec des lettres ...

Prenons un exemple :

On demande aux élèves de construire cette figure en prenant les mesures suivantes :

- le segment horizontal mesure 3cm et le segment en pointillés mesure 2cm,
- les élèves choisissent la mesure du segment vertical au hasard.

Puis chacun doit calculer le périmètre de sa figure.

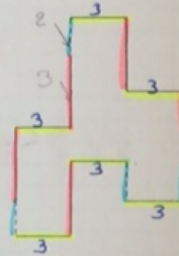
Pierre a choisi 5cm, Zoé a choisi 2,5cm, Paul a choisi 6cm.

Puis on leur demande de calculer le périmètre de leur figure :

Pierre a fait : $3 + 5 + 3 + 5 + 2 + 3 + 2 + 3 + 5 + 3 + 2 + 5 + 3 + 2 = 51$

1. As-tu une solution un peu plus réfléchie ?

2. Calcule le périmètre de la figure de chaque élève.



1. Les écritures littérales

I ♥ Math

Une **expression littérale** est une suite de calculs avec des nombres et des lettres.

Activité 2 Peux-tu écrire d'une manière plus simple ?

$$2 \times 3 = 6 \quad 5 \times 3 = 15 \quad 3 \times 2 = 6 \quad 2 \times 5 = 10 \quad 4 + 5 = 9 \quad 5 \times 4 = 20$$

I ♥ Math

Il existe des **conventions** pour simplifier les écritures littérales :

1. Le **signe de la multiplication** $\times$ disparaît :

- entre deux lettres : $a \times b$ s'écrit ab

- entre un nombre et une lettre : $3 \times a$ ou $a \times 3$ s'écrit $3a$. En particulier : $1 \times a$ ou $a \times 1$ s'écrit a .

- entre un nombre et une parenthèse : $4 \times (x + 1)$ s'écrit $4(x + 1)$

Attention : On ne supprime pas le signe entre deux nombres sinon 4×3 se lirait 43 !!!

2. Les **facteurs** s'écrivent dans l'ordre suivant :

1. Les nombres 2. Les lettres et dans l'ordre alphabétique 3. Les parenthèses

Alors : $a \times 2 \times b$ s'écrit $2ab$ $a \times (x + 2) \times 4 \times b$ s'écrit $4ab(x + 2)$

3. Pour tout nombre a : $a \times a = a^2$ se lit *a au carré* et $a \times a \times a = a^3$ se lit *a au cube*

Ex 1 1. Simplifie les expressions en supprimant le signe $\times$ lorsque si possible : $2 \times 3 \times a = 6a$ $3 \times b \times a = 3ab$

$2b \times 5 = 10b$ $5 \times (a - 2) \times c = 5c(a - 2)$ $10 \times 2 \times a = 20a$ $3 \times a \times 2 \times a = 6a^2$ $x \times 5 \times x \times x = 5x^3$

2. Remplace les signes $\times$ dans chacune des expressions suivantes :

$$4a + 5b = 4a + 5b \quad 12ac + 35b = 12ac + 35b \quad 3(x^2 - 2y + 3z) = 3x^2 - 6y + 9z$$

Activité 3

a. Calcule de 2 manières différentes : $A = 3 \times (10 + 5)$ $B = 2 \times (120 - 20)$ $C = 80 \times 7 + 20 \times 7$ $D = 2 \times 15 - 5 \times 2$

Quelle règle a-t-on utilisé ? Ecris cette règle avec des lettres

b. Réécrire sans parenthèses et simplifier : $2 \times (\heartsuit + \star) = 2\heartsuit + 2\star$

$$2 \times (\heartsuit + 4\star) = 2\heartsuit + 8\star$$

$$3 \times (6\heartsuit - 2\star + 8) = 18\heartsuit - 6\star + 24$$

$$3 \times (5\heartsuit + 2\star) - 4\star = 15\heartsuit + 6\star - 4\star$$

$$2 \times (3\heartsuit + 4\star) = 6\heartsuit + 8\star$$

$$2 \times (4\heartsuit + 3\star) + 8\star = 8\heartsuit + 6\star + 8\star$$

$$3 \times (5\heartsuit + 4\star) + 2 \times (\heartsuit - 3\star) = 15\heartsuit + 12\star + 2\heartsuit - 6\star = 17\heartsuit + 6\star$$

$$1/ \text{Ovi} : 6 \times 3 = 18$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$18 + 25 + 8 = 51$$

$$\rightarrow 5 \times 5 + 3 \times 6 + 4 \times 2 = 51 \text{ cm}$$

$$18 + 8 = 26$$

$$\rightarrow 5 \times 5 + 26 = 51 \text{ cm}$$

$$2/ \text{Zoé} : 5 \times 3$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$6 \times 2,5 = 15$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$h \times 6$$

$$p \times 4$$

$$15 + 15 + 8 = 38 \rightarrow 2,5 \times 5 + 3,6 + 4,2 = 36,5$$

$$\rightarrow 2,5 \times 5 + 26 = 38,5 \text{ cm}$$

$$\text{Paul} : 5 \times 3$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$h \times 6$$

$$p \times 4$$

$$15 + 36 + 8 = 59 \rightarrow 5 \times 3 + 6 \times 6 + 4 \times 2$$

$$\rightarrow 6 \times 6 + 26 = 56 \text{ cm}$$

Activité 3 :

$$A = 3 \times (10 + 5)$$

$$= 3 \times 15$$

$$= 45$$

$$B = 2 \times (120 - 20)$$

$$= 2 \times 100$$

$$= 200$$

$$C = 80 \times 7 + 20 \times 7$$

$$= 560 + 20 \times 7$$

$$= 560 + 140$$

$$= 700$$

$$D = 2 \times 15 - 5 \times 2$$

$$= 30 - 10$$

$$= 20$$

$$A = 3 \times (10 + 5)$$

$$= 3 \times (a + b)$$

$$= a^2 + b^2$$

$$B = 2 \times (120 - 20)$$

$$= 2 \times (k - d)$$

$$= k^2 - d^2$$

$$C = 80 \times 7 + 20 \times 7$$

$$= 80 \times a + 20 \times a$$

$$= 80a + 20a$$

$$= 100a$$

$$D = 2 \times 15 - 5 \times 2$$

$$= x^2 \times 15 - 5 \times x^2$$

$$= 15x^2 - 5x^2$$

$$= 10x^2$$

J'ai utilisé les règles : $a \times a = a^2$

$$a \times a \times a = a^3$$

2. Développer et factoriser une expression littérale

Maths Voici la **règle de distributivité** écrite avec des lettres... $k(a+b) = ka+kb$ $k(a-b) = ka-kb$

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme $\rightarrow k(ab) = ka+kb$

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme en produit $\rightarrow ka+kb = k(a+b)$

Ex 2 a. Complète les pointillés : $5(a+4) = 5 \times a + 5 \times 4 = 5a + 20$ $7(3y+4) = 21y + 28$ $a(a+2b) = a^2 + 2ab$

b. Développe les expressions suivantes :

$3(a+4)$ $4(a+b)$ $5(2-3x)$ $2x(x-3)$ $(2-y) \times 6$ $3(2+7a) - 5a$ $9x+4x$ $3a-12$ $4a+4b$ $6x+2y$ $2y-2$

Maths **Simplifier ou réduire une expression**, c'est compter ensemble les termes de même nature.

Exemple : $E = 5 + a + 4b - 2 + 3a - b + 9 - 2a + 10a$

$+ a + 3a - 2a + 10a = 12a$ $+ 4b - b = 3b$ $5 - 2 + 9 = 12$ **Ainsi $E = 12a + 3b + 12$**

Ex 3 Réduis les expressions : $2a + 3a = 5a$ ✓ $5y - y = 4y$ ✓ $5x + 8 + x + 2 = 6x + 10$ ✓
 $8b + 7 - 5b - 3 = 3b + 4$ ✓ $3y + 4x + 6 - y - 3x + 12 = 4y + x + 18$ ✓ Plus dur $3(2 + 7a) - 5a = 6 + 21a - 5a = 6 + 16a$ ✓

3. Utiliser une expression littérale

Maths **Calculer une expression littérale**, c'est remplacer la lettre par un nombre donné

Exemple : Calcule $3a + 1$ pour $a = 2$ $3a + 1 = 3 \times 2 + 1 = 6 + 1 = 7$

Ex 4 Calcule les expressions A, B et C pour $x = 2$: $A = 2x - 3$ $B = 20 - 4x$ $C = 3x^2 + 2x$

Calcule les expressions D et E pour $a = 3$ et $b = 5$: $D = 8a - 2b + 10$ $E = 2(4a - 2b + 4)$

Maths **Produire une expression littérale**, c'est trouver le calcul comportant des nombres et des lettres

Exemple : L'expression du périmètre d'un rectangle de largeur 4 en fonction de sa longueur ℓ est $2x\ell + 2x4 = 2\ell + 8$

On dit que l'on a exprimé le périmètre du rectangle en **fonction** de ℓ

Ex 5 On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de petites cases ayant pour côté un carreau. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées, sauf les quatre coins.

1. Réalise une figure de 3 carreaux de côté. Indique le nombre de cases coloriées. Recommence avec un carré de 4 carreaux de côté puis avec un carré de 5 carreaux de côté.

2. Trouve le nombre de cases coloriées pour un carré de 6 carreaux de côté ? Et pour 12 carreaux ? Et pour 100 carreaux ?

3. Le professeur appelle x le nombre de carreaux d'un côté du carré et G le nombre de cases coloriées. Des élèves ont obtenu les expressions suivantes :

Anis : $G = x \times 4 - 2x$ ✓ Basile : $G = x - 2 \times 4x$ ✓ Chloé : $G = 4 \times (x - 2)$ ✓
 Dalila : $G = (x - 2) \times 4$ ✓ Enzo : $G = 4 \times x - 8$ ✓ Florian : $G = 4 \times x - 4$ ✓

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

Quelle est la formule la plus facile pour calculer le nombre de cases coloriées lorsque $x = 6$? $x = 24$? $x = 100$?

Ex 6 À l'achat d'un portable, on propose deux forfaits possibles :

• Première offre : 0,25 € par SMS. • Deuxième offre : abonnement de 2 € et 0,15 € par SMS.

a. Pour chaque offre, calcule prix payé pour l'envoi de 10 SMS ? 20 SMS ? 30 SMS ?

b. On appelle n le nombre de SMS envoyés. Pour chaque offre, écris le coût du forfait en fonction de n .

c. Estelle a payé 4,70 € pour 18 SMS envoyés. Quel forfait a-t-elle choisi ?

Maths Une écriture ou apparaît le signe "=" est une **égalité**. L'expression de gauche est le **premier** membre, celui de droite est le **deuxième** membre.

Une égalité est vraie si le 1^{er} membre est **égal** au second membre

Ex 7 Teste chacune des égalités suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = 3$.

a. $4x - 4 = 8$ b. $4x - 8 = 0$ c. $2x - 4 = 5x - 10$ d. $3(2x + 5) = 6x + 15$

$$2 \times 3a = 6a$$

$$2a \times 3a = 6a^2$$

$$2 + 3a = x$$

$$2a + 3a = 5a$$

A RETENIR

Exercice 2 :

1/ a. $3a + 3 \times 4$ ✓
 $3a + 12$

b. $4a + 4b$ ✓

c. $5 \times 2 - 6 \times 3$ ✓
 $10 - 18$

d. $2x^2 - 2x3$ ✓
 $2x^2 - 6$

e. $6 \times 2 - 6y$

f. $3 \times 2 + 3 \times 7a - 9a$

2/ a. $x(3+4)$ ✓
 $x13 = 13x$

b. $3(a-12)$ ✓
 $3(a-4)$

c. $4(a+b)$ ✓

d. $? 2(3x+4)$

e. $4(2-2) \times 2y$ ✓ $2y - 2$

DÉVELOPPER

$$2x(3x-4) = 6x^2 - 8x$$

FACTORISER

$$12x + 8 = 4(3x + 2)$$

$$3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

RÉDUIRE

$$2y^3 - 9y^3 = -7y^3$$

Exercice 4 :

A. $2 \times 2 - 3$

B. $20 - 4 \times 2$

C. $3 \times 4 + 2 \times 2$

A. $8 \times 3 - 2 \times 5 + 10$

B. $2 \times (4 \times 3 - 2 \times 5 + 4)$

= $4 - 3$

= $20 - 8$

= $4^2 + 4$

= $24 - 10 + 10$

= $2 \times (12 - 10 + 4)$

= 1

= 12

= $16 + 4$

= 24

= 2×6

= 16

= 12

✓

A revoir !!

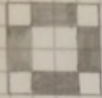
✓

exercice 5:

1.



Il y a 4 carreaux coloriés.



Il y a $4 \times 2 = 8$ carreaux coloriés.



Il y a $4 \times 3 = 12$ carreaux coloriés.

2. 6 carreaux de côtés $= 4 \times 4 = 16 \checkmark$

12 carreaux de côtés $= 10 \times 4 = 40 \checkmark$

100 carreaux de côtés $= 98 \times 4 = 392 \checkmark \rightarrow (100-2) \times 4 = 98 \times 4 = 392$

3. Anis $\Rightarrow$ FAUX car dans chaque côtés(x) il faut faire -2 .

Dalila $\Rightarrow$ VRAI car le calcul est bien formulé

Basile $\Rightarrow$ FAUX car il manque des parenthèses autour de $x-2 \rightarrow (x-2) \times 4$

Enco $\Rightarrow$ VRAI car le calcul est bien formulé

Chloe $\Rightarrow$ VRAI car le calcul est bien formulé

Florian $\Rightarrow$ FAUX car il faut enlever 2 carreaux par côtés.

$$x=6 = (6-2) \times 4$$

$$x=12 = (4-2) \times 4$$

$$x=100 = (100-2) \times 4$$

3) On a trouvé une formule qui change suivant le nombre de carreaux $\rightarrow$
on a trouvé une expression en FONCTION

exercice 6:

a) 10 cms $\Rightarrow 10 \times 0,25 = 2,5 \checkmark$

20 cms $\Rightarrow 20 \times 0,25 = 5 \checkmark$

30 cms $\Rightarrow 30 \times 0,25 = 7,5 \checkmark$

10 cms $\Rightarrow 10 \times 0,15 + 2 = 3,5 \checkmark$

20 cms $\Rightarrow 20 \times 0,15 + 2 = 5 \checkmark$

30 cms $\Rightarrow 30 \times 0,15 + 2 = 6,5 \checkmark$

b) ~~$n \div 0,25$~~ $0,25 \times n = 0,25n$

$n \div 0,15 + 2$ $0,15 \times n + 2 = 0,15n + 2$

c) $4,70 \div 18 = 0,25$. Elle a choisie le forfait de 0,25 cm.

$2 \times 0,18 \times 18 = 4,7$ elle a choisi la 2^{ème} formule : elle aurait du prendre le 1^{er} forfait.

exercice 7:

a. $x=2 \rightarrow 4x-4=8 \rightarrow 4 \times 2-4=4$ alors cette égalité est fausse.

a. $x=3 \rightarrow 4x-4=8 \rightarrow 4 \times 3-4=12-4=8$ alors cette égalité est vraie.

b. $x=2 \rightarrow 4x-8=0 \rightarrow 4 \times 2-8=8-8=0$ alors cette égalité est vraie

b. $x=3 \rightarrow 4x-8=0 \rightarrow 4 \times 3-8=12-8=4$ alors cette égalité est fausse.

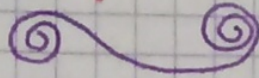
c. $x=2 \rightarrow 2x-4=5x-10 \rightarrow 2 \times 2-4=4-4=0$ alors cette égalité est fausse

c. $x=3 \rightarrow 2x-4=5x-10 \rightarrow 2 \times 3-4=6-4=2$ alors cette égalité est fausse

d. $x=2 \rightarrow 3(2x+5)=6x+15 \rightarrow 3 \times 2 \times 2 + 3 \times 5 = 6 \times 2 + 3 \times 5 = 12 + 15 = 27$ alors cette égalité est vraie

d. $x=3 \rightarrow 3(2x+5)=6x+15 \rightarrow 3 \times 2 \times 3 + 3 \times 5 = 6 \times 3 + 3 \times 5 = 18 + 15 = 33$ alors cette égalité est vraie

Application



Ecrire de mesure plus simple :

$$2x + 3x = 5x$$

→ simplifier une écriture littérale

$$5a - 3b = x$$

$$2x \times 5 = 10x$$

$$2 \times x = 2x$$

$$3 \times 2y = 6y$$

$$x \times 2 = 2x$$

$$4x + 5x - 3x = 6x$$

$$4 + 6y - 3 = 1 + 6y$$

$$5x \times y \times x = 5x^2y$$

$$5b - 3b = 2b$$

A RETENIR!!

A APPRENDRE PAR !