

APPRENTISSAGE DU CALCUL

I. Différents moyens pour calculer

	Calcul automatisé Résultats mémorisés Algorithmes ¹ mémorisés	Calcul réfléchi
Calcul uniquement mental	•	"
Calcul utilisant un support écrit	,	...
Calcul utilisant une machine	<i>f</i>	†

1. Calcul automatisé

Il y a calcul automatisé chaque fois :

- que nous faisons simplement appel à un résultat déjà mémorisé. Par exemple, pour le calcul de 3×8 , nous savons que le résultat est 24, sans avoir à réfléchir ;
- que nous nous limitons à exécuter un algorithme lui aussi parfaitement mémorisé et valable quels que soient les nombres. Par exemple, pour le calcul de $546 - 328$, nous pouvons poser l'opération en colonne, puis faire les calculs sans avoir à réfléchir.

Nous agissons en quelque sorte par réflexe. Avant d'être automatisés, ces calculs nous ont demandé pas mal de réflexion et ont nécessité un apprentissage.

2. Calcul réfléchi

Il y a calcul réfléchi chaque fois :

- que nous avons à élaborer une procédure spécifique pour un calcul donné ;
- que nous devons prendre, pour cela, des décisions personnelles.

Exemples :

- Pour $57 + 29$, nous pouvons ajouter 50 et 20 d'une part, 7 et 9 d'autre part et ajouter ensuite les deux résultats partiels obtenus. Nous pouvons aussi ajouter d'abord 20 à 57, puis 9 à 77 ou encore ajouter 30 à 57, puis enlever 1, ...

¹ Ensemble de règles opératoires dont l'application permet de résoudre un problème énoncé au moyen d'un nombre fini d'opérations.

- Pour 33×7 , nous pouvons multiplier successivement 30 par 7 et 3 par 7, puis ajouter les deux résultats partiels...

3. Caractéristiques des deux types de calcul

calcul automatisé	calcul réfléchi
Les deux types de calcul nécessitent de disposer de résultats mémorisés : les tables, d'autres résultats comme par exemple : $50 + 20$; 25×4 ; 29 c'est $30 - 1$; ...	
Le calcul automatisé s'appuie sur des propriétés des nombres liées notamment à leur écriture en numération décimale et sur des propriétés des opérations, même si ces propriétés ne sont pas nécessairement visibles pour le calculateur.	Le calcul réfléchi s'appuie sur des propriétés des nombres liées notamment à leur écriture en numération décimale, à leurs relations entre eux (29 c'est $30 - 1$; 4 c'est 2×2) et sur des propriétés des opérations que le calculateur décide de mobiliser. Il les met en œuvre « en acte », de façon consciente.
Le calcul automatisé est impersonnel : il est conduit de la même façon par tous les individus.	Le calcul réfléchi est très personnalisé. Le même calcul peut être réalisé de plusieurs manières selon les individus, notamment en fonction de leurs connaissances sur les nombres et les opérations.
Le calcul automatisé nécessite peu d'effort, car exécuté par réflexe. Il peut être réalisé rapidement.	Pour un calcul réfléchi, la charge mentale de travail peut être importante... et le temps disponible plus important.
Le calcul automatisé s'apparente à un exercice routinier : il suffit d'exécuter une procédure connue.	Le calcul réfléchi s'apparente davantage à la résolution de problèmes : il faut d'abord imaginer une procédure possible.

Selon les individus, le moment d'apprentissage et la fréquentation qu'ils ont du calcul, un même calcul peut relever pour certains du calcul automatisé et pour d'autres du calcul réfléchi.

Exemple :

Au CE1, la plupart des élèves savent que $6 + 3$ est égal à 9. Mais au CP, avant de l'avoir mémorisé, beaucoup d'enfants l'ont d'abord résolu par des procédés divers : figuration de 6 et de 3 par des objets réels ou dessinés, comptage sur les doigts, surcomptage de 3 à partir de 7 (7, 8, 9), ...

II. Résultats et procédures mémorisés (•)

Pour exécuter un calcul sans machine, il est indispensable de pouvoir disposer immédiatement de certains résultats ou de certaines procédures. Cette mémorisation ne s'effectue pas sans difficulté et la simple répétition ne suffit pas.

Quelques facteurs favorables à la mémorisation :

- on mémorise mieux ce qui a du sens : mieux vaut donc travailler d'abord sur le sens des opérations, sur les problèmes qu'elles permettent de résoudre que sur la mémorisation des tables ;
- les conditions de l'apprentissage retentissent sur les conditions de récupération en mémoire : combien d'enfants, pour retrouver 8×6 , sont ainsi obligés de se réciter la table de 8 depuis le début parce qu'ils l'ont apprise de cette façon ;
- certains résultats sont plus faciles à mémoriser et constituent des points d'appui pour la suite de la mémorisation, comme par exemple les doubles et les compléments à 10 (pour l'addition), les carrés, la table de 5 (pour la multiplication), ... ;
- la connaissance de relations entre les résultats à mémoriser ou de propriétés réduit le coût de la mémorisation : l'élève qui a pris conscience que la multiplication est commutative (que si je sais 4×7 , je sais aussi 7×4) diminue sensiblement le nombre de résultats à mémoriser, de même celui qui dispose des points d'appui déjà évoqués peut les exploiter (par exemple retrouver $5 + 6$ à partir de $5 + 5$), ... ;
- enfin, la répétition est un facteur qui n'est pas à négliger, surtout si elle s'inscrit dans un contexte motivant, comme par exemple dans le cadre de jeux.

III. Algorithmes opératoires et calculatrices (, et f)

Les algorithmes écrits de calcul ont longtemps constitué un objectif primordial de l'école primaire. La diffusion de la calculatrice en réduit considérablement l'intérêt.

Néanmoins, la calculatrice constitue, dans beaucoup d'activités, une variable didactique décisive.

Exemples :

- Lors de l'apprentissage d'une nouvelle opération, les élèves ne disposent évidemment pas encore de moyens de calcul mental ou écrit développés, notamment pour des nombres assez grands. L'intérêt de la nouvelle opération s'en trouve grandement réduit. Le fait de pouvoir mettre à disposition des élèves, dès leur première rencontre avec une nouvelle notion, un outil de calcul performant permet de pallier cet inconvénient.

- Dans des problèmes un peu complexes, l'effort de l'élève devrait être en priorité centré sur le raisonnement. Si la charge mentale de travail due aux calculs est trop importante, certains élèves peuvent perdre le fil de leur raisonnement ou même renoncer à utiliser tel calcul, jugé par eux comme trop difficile. Là aussi, la mise à disposition de calculatrices permet de surmonter cette difficulté.

IV. Les aspects du calcul réfléchi (, ... et †)

Le calcul réfléchi peut être utilisé pour produire un résultat exact ou un résultat approché.

1. Calcul réfléchi exact

Il est fondé sur trois types de connaissances :

- des résultats et procédures de base stockés en mémoire (tables, certains calculs comme « x 10 », relations entre certains nombres, procédures fréquemment mobilisées) ;
- des connaissances relatives à la numération écrite (27 c'est 20 + 7 ou 2 dizaines et 7 unités) ou orale (dans « trois cent vingt-sept », le « trois des centaines est plus explicite qu'en numération écrite chiffrée) ;
- des connaissances relatives aux propriétés des opérations (souvent connues implicitement).

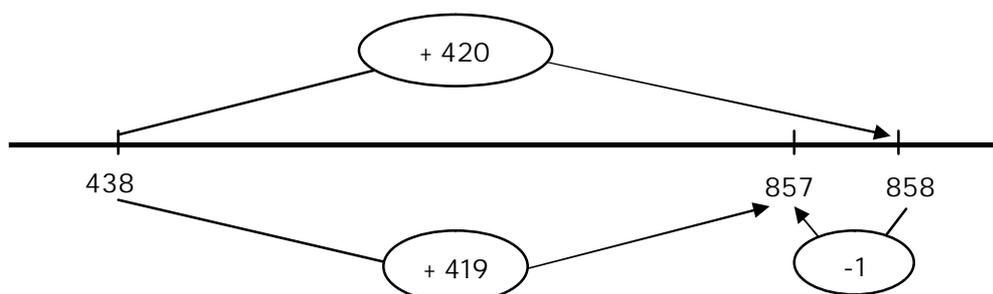
Il peut être conduit uniquement mentalement, ce qui occasionne souvent une charge mentale de travail importante qui peut être source d'erreurs.

Il peut également s'accompagner de traces écrites : résultats partiels, supports pour la procédure mise en œuvre, ...

Exemples de traces écrites pour le calcul de $857 - 438$ (élève de CE2) :

$$\left. \begin{array}{l} 800 - 400 = 400 \\ 57 - 30 = 27 \\ 27 - 8 = 19 \end{array} \right\} 857 - 438 = 419$$

- Utilisation du support de la droite numérique (l'élève calcule l'écart entre 438 et 857) :



2. Calcul approché

Il n'existe pas d'algorithme de calcul approché, puisque des décisions spécifiques sont à prendre pour chaque calcul en fonction des nombres donnés et de l'ordre de grandeur recherché. Tout calcul approché est donc un calcul réfléchi. Le calcul approché exige toutes les compétences mises en œuvre dans le calcul réfléchi, auxquelles il faut ajouter des compétences particulières :

- déterminer l'ordre de grandeur recherché, souvent en fonction du contexte de la situation dans laquelle le calcul est conduit. On ne cherchera pas le même ordre de grandeur pour le prix d'un rôti de 3,625 kg à 15,02 € le kg et pour le prix de 4 256 l de mazout à 1,92 € le litre ;
- déterminer, en conséquence, les arrondis choisis pour les nombres en jeu (par exemple 3,5 et 15 dans le premier cas ; 4 000 et 2 dans le second) ; ces arrondis étant eux-mêmes fonction de l'ordre de grandeur recherché et des possibilités de calcul mental.