

APPRENTISSAGES NUMERIQUES EN MATERNELLE ET AU DEBUT DU CP

I. Compétences visées

Les compétences visées durant cette période sont les compétences exigibles à la fin de l'école maternelle :

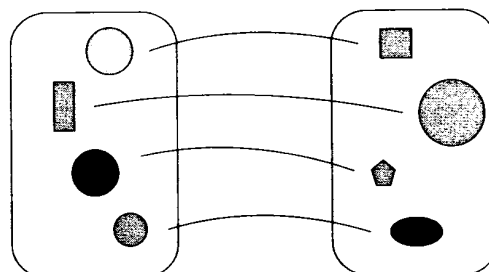
- reconnaître globalement et exprimer de très petites quantités (de un à trois ou quatre) ;
- reconnaître globalement et exprimer des petites quantités organisées en configurations connues (doigts de la main, constellations du dé) ;
- connaître la comptine numérique orale au moins jusqu'à trente ;
- associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique ;
- dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ;
- comparer des quantités en utilisant des procédures non numériques ou numériques ;
- réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets qu'une autre collection (visible ou non, proche ou éloignée) en utilisant des procédures non numériques ou numériques, oralement ou avec l'aide de l'écrit.

Ces compétences sont encore travaillées au CP, mais :

- les notions sont abordées de manière systématique ;
- on utilise des écritures mathématiques, et notamment les signes $=$, $<$, $>$, $+$, $-$;
- on apprend que l'écriture d'un nombre s'appuie sur la décomposition de ce nombre en dizaines et unités.

II. Notion de quantité : aspect cardinal du nombre

La quantité est une propriété des collections. C'est la propriété commune aux collections qui ont autant d'éléments, c'est-à-dire qui peuvent être mises en correspondance terme à terme.



La correspondance terme à terme entre les deux collections de gommettes représentées ci-dessus est matérialisée par des flèches : les deux collections ont la même quantité d'éléments (quatre). Si les collections sont manipulables, cette correspondance terme à terme peut être matérialisée par la juxtaposition des éléments, leur superposition, ...

Lorsque les nombres sont utilisés pour représenter des quantités, on parle d'aspect cardinal du nombre. On dit alors que les collections ont le même cardinal ou qu'elles sont équipotentes.

Très tôt les élèves utilisent les nombres : quand ils dénombrent des objets, ils disent les mots un, deux, trois... mais on peut se demander si cette énumération n'est autre chose qu'un numérotage des objets. En effet, certains enfants qui viennent de compter les doigts d'une main et à qui on demande ce qu'est cinq, montrent uniquement le dernier doigt compté et non la main entière, ou recommencent le comptage. Un enfant a compris qu'un nombre représente une quantité lorsqu'il a pris conscience que ce nombre fait référence à la globalité, ce qui se traduit par des formulations du type « les cinq » en montrant l'ensemble de la main. Ou encore lorsqu'il a compris que si deux collections ont par exemple 7 éléments, elles ont « autant » d'éléments.

Cet apprentissage est lié au développement psychologique de l'enfant, et notamment à ce que les psychologues appellent la conservation des quantités. Quand on dispose d'une collection d'objets, il y a plusieurs manières de transformer cette collection, on peut y ajouter ou enlever des objets, on peut aussi les déplacer, on peut aussi remplacer certains éléments par d'autres plus gros ou plus petits, ... Un enfant est dit « conservant pour les quantités » lorsqu'il est capable de distinguer, parmi les transformations effectuées sur une collection sous ses yeux, celles qui modifient le cardinal de la collection et celles qui ne le modifient pas.

Les problèmes de commande permettent de travailler la notion de quantité. Ce sont des problèmes où un élève doit aller chercher des objets ou une collection d'objets répondant à certains critères.

III. Représentation des quantités

1. Collections témoins

Une collection témoin (ou collection de référence) est une collection matérielle éventuellement dessinée ou photographiée, pouvant servir de référence pour représenter un nombre ou une quantité.

Les doigts des mains sont les exemples les plus courants et les plus parlants pour les élèves : pour commander trois gommettes autocollantes, on peut montrer sa main avec trois doigts levés.

2. Configurations, constellations

Il est difficile, même pour un adulte, de reconnaître la quantité correspondant par exemple à six jetons disposés au hasard. Mais s'ils sont groupés par trois, on peut voir plus facilement qu'il y en a six. Les jetons sont disposés selon une configuration particulière.

De plus, si la disposition spatiale de chaque jeton est géométriquement bien définie, on parle de constellation.

Exemple : les points dessinés sur les faces d'un dé forment des constellations.

Les configurations sont bénéfiques pour l'apprentissage de la notion de quantité car la quantité est perçue globalement. Il est nécessaire cependant de pratiquer parallèlement le comptage des objets un à un pour que les élèves fassent le lien avec les nombres. En effet un élève de moyenne section peut très bien reconnaître une constellation sur un dé en disant « c'est un cinq » et ne pas savoir répondre à la question « combien y a-t-il de points dessinés sur la face du dé ? ».

3. Matériel de numération

Il existe beaucoup de sortes de matériels didactiques pour représenter des quantités : des bouliers aux cubes emboîtables en passant par les bâchettes.

Ils ont pour fonction de faire apparaître le rôle particulier joué par certains groupements : la dizaine mais aussi parfois les groupements par cinq. Ils servent essentiellement pour la compréhension du principe positionnel de notre numération chiffrée et l'élaboration des premiers procédés de calcul de sommes ou de différences. Ces aspects étant surtout pris en charge par l'enseignement du CP.

IV. Notion de rang et d'ordre : aspect ordinal du nombre

1. Ordre

Lorsqu'on dispose des objets les uns à la suite des autres de différentes façons, on obtient différents « ordres ».

Exemple :

♣ ♦ ♥ ♠ est un ordre ;
♠ ♣ ♦ ♥ est un autre ordre sur les mêmes objets.

2. Rang

Le rang indique la position dans un ordre : le premier, le second... le numéro 1, le numéro 2... Les nombres représentent des rangs lorsqu'ils sont utilisés pour traduire un ordre. On parle d'aspect ordinal du nombre.

L'activité de base dans ce domaine consiste à apprendre l'ordre des premiers nombres, c'est-à-dire à apprendre la suite orale des nombres, par exemple à l'aide comptines, et la suite écrite des nombres, à l'aide de la bande numérique.

V. Désignation des nombres

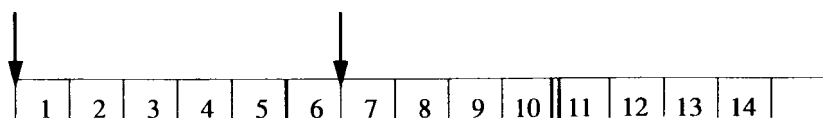
1. La comptine numérique (oral)

Réciter la comptine des nombres, c'est réciter la suite ordonnée des mots : « un, deux, trois, quatre, cinq... ». C'est une des premières activités numériques pratiquées par les élèves. Très tôt ils savent dire la comptine des nombres, ils savent même qu'elle sert à dénombrer des collections.

En maternelle et au début du CP, les élèves apprennent à réciter la comptine jusqu'au moins trente, mais ils n'étudient pas les règles de notre système de numération orale. Ils ne voient pas nécessairement que vingt-trois c'est vingt et trois et encore moins que c'est « deux dix » et trois.

Cet apprentissage est long car les noms de nombres ne présentent aucune régularité jusqu'à « dix-sept », « dix-huit ». En revanche, à partir de « vingt-et-un », « vingt-deux », les élèves de GS et surtout du CP, s'appuient sur le mécanisme de formation des noms de nombres pour poursuivre la récitation sans trop de peine jusqu'à « vingt-neuf ».

2. La bande numérique (écrit)



La bande numérique permet aux élèves de trouver seuls l'écriture chiffrée d'un nombre ou d'une quantité.

Exemple : un élève qui a compté six objets ; trouvera l'écriture 6, en comptant six cases sur la bande numérique.

Inversement la bande numérique permet la lecture des nombres.

Exemple : un élève de maternelle ne sait pas lire 12. En comptant un, deux... douze, il trouvera sur la bande numérique que 12 se lit douze.

VI. Dénombrement

Trouver le nombre d'objets d'une collection ainsi que le problème inverse, réaliser une collection ayant un nombre donné d'objets, sont les activités de base dans les problèmes mettant en jeu des quantités.

On appelle dénombrement l'activité qui consiste à déterminer le nombre d'objets d'une collection, quelle que soit la procédure employée. Plusieurs procédures sont utilisées par les élèves :

1. Vision globale

Les élèves sont capables de reconnaître directement de très petites quantités (de 1 à 3).

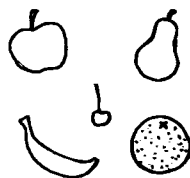
2. Perception visuelle

La perception visuelle consiste aussi à reconnaître globalement les quantités. C'est un terme plus général que l'on emploie dans le cas où l'élève peut reconnaître la quantité sans la compter, le plus souvent parce que la collection est organisée (disposition spatiale).

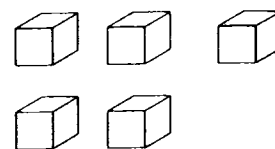
Exemple : un élève peut reconnaître cinq en présence de la constellation sur la face d'un dé (dessin a) ou si les cinq objets se présentent dans la même configuration spatiale (dessin b) ou si les cinq objets sont disposés en un groupe de quatre et un objet un peu séparé (dessin c) ; dans ce dernier cas, l'élève reconnaît 5 parce qu'il sait que 5, c'est 4 et 1.



(a)



(b)



(c)

3. Comptage un à un

Le comptage consiste à pointer successivement tous les éléments d'une collection et à réciter parallèlement la comptine des nombres. Un comptage est donc la mise en correspondance des objets d'une collection et de la suite ordonnée des nombres. Le résultat d'un comptage est le dernier mot prononcé.

Les difficultés rencontrées par les élèves dans le domaine du comptage peuvent être :

- difficulté de mémorisation ;
- difficulté à synchroniser le pointage des objets et l'énoncé des mots de la comptine ;
- difficulté à distinguer les objets comptés de ceux qui ne le sont pas encore ;
- impossibilité d'extraire le dernier mot cité ;
- l'élève peut savoir effectuer le comptage mais ne pas comprendre que le dernier mot prononcé représente une quantité.

VII. Comparaison des quantités et des nombres

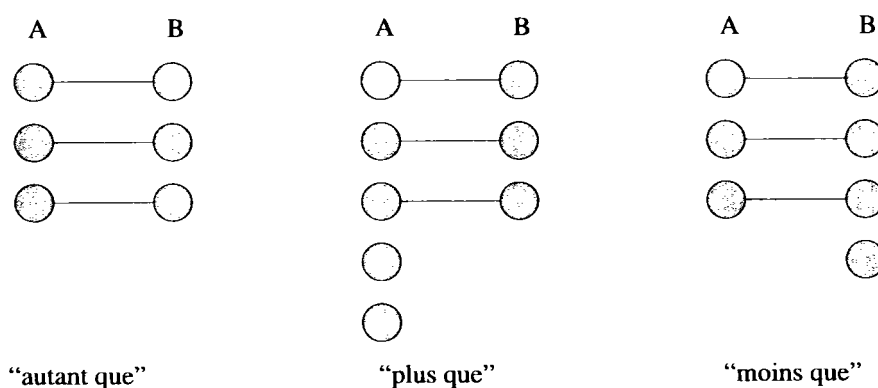
Savoir comparer des nombres a et b c'est être capable de dire si l'on a : $a = b$, $a >$ ou $a < b$.

$a > b$ se lit « a plus grand que b », $a < b$ se lit « a plus petit que b ».

4. Procédure non numérique : relations « autant que », « plus que », « moins que »

Pour comparer deux nombres on peut comparer des collections représentant ces nombres. Il suffit d'essayer de mettre ces collections en correspondance terme à terme, par exemple en alignant leurs éléments côte à côte.

Trois cas peuvent se rencontrer :



Dans le premier cas, les collections ont autant d'éléments.

Dans le deuxième cas, on peut dire que 5 est plus grand que 3 parce qu'il existe des éléments de A qu'on n'a pas pu mettre en correspondance avec des éléments de B.

Dans le troisième cas, on peut dire que 3 est plus petit que 4 parce qu'il existe des éléments de B qui n'ont pas pu être mis en correspondance avec des éléments de A.

La correspondance terme à terme est le procédé qui permet de donner du sens aux relations « plus grand » et « plus petit » (sens cardinal).

5. Procédure numérique : relations « est avant », « est après »

Pour comparer deux nombres, on peut s'appuyer sur les relations « est avant » ou « est après ».

Exemple :

8 est plus grand que 6 car lorsqu'on récite la comptine on prononce le mot « huit » après le mot « six ».

Cette procédure est très tôt employée par les élèves. C'est la procédure la plus fréquemment utilisée par les élèves. Elle correspond à un autre sens des relations « plus grand » et « plus petit » : le sens ordinal.

6. Les décompositions additives des nombres

On peut dire, par exemple, que 8 est supérieur à 5 parce que $8 = 5 + 3$, ou encore que 24 est inférieur à 28 car $24 = 20 + 4$ et $28 = 20 + 8$. La comparaison des nombres est facilitée par une bonne maîtrise des quantités.

VIII. Conclusion

Lors des premiers apprentissages numériques on peut distinguer deux types de procédures : les procédures de comptage et les procédures qui s'appuient sur les configurations et les décompositions, sans utiliser le comptage.

Ces dernières procédures jouent un rôle important dans l'apprentissage du calcul car la maîtrise des petites quantités qui consiste par exemple à concevoir 6 comme $5 + 1$, 7 comme $5 + 2$... est le point de départ du calcul réfléchi.