

## UTILISATION DES INSTRUMENTS DE GEOMETRIE PLANE

La géométrie à l'école est en grande partie perceptive. Les instruments aident à la perception et permettent de passer à l'explication et à la vérification des propriétés.

### I. La règle

#### 1. Différents types de règle

Les trousse des élèves contiennent des règles variées : le classique double décimètre, des règles plates de 20 ou 30 cm, des règles à section carrée de 20 cm ou plus, ...

Toutes ces règles sont graduées en centimètres et millimètres, parfois en demi millimètres.

Dans certains cas, il serait bien de pouvoir utiliser des règles non graduées.

#### 2. Fonctions

Cet instrument simple a plusieurs fonctions :

- La représentation de l'usage qui prévaut fréquemment chez les élèves est celle d'être un instrument de mesure, ceci très tôt, avant même de savoir mesurer. Les règles usuelles sont effectivement des instruments de mesure.
- Les règles ne servent cependant pas qu'à cela. Elles servent aussi à tracer ou à prolonger des traits rectilignes.
- Elles servent enfin à repérer des alignements de points, de droites... Cette fonction d'investigation trop souvent minimisée est importante à l'école.

#### 3. Introduction

- Apprentissage

L'usage de la règle pour produire des tracés rectilignes n'est pas une évidence et nécessite un apprentissage.

Les élèves doivent apprendre comment tenir la règle avec la main avec laquelle on n'écrit pas, de quel côté tracer, à appuyer un crayon bien taillé ni trop gras ni trop dur sur la règle et sur le papier sans forcer. On doit aussi leur apprendre à tenir la règle suffisamment fermement pour qu'elle ne pivote pas, à faire en sorte que le tracé ne soit pas gêné par l'autre main. Il faut qu'ils se soient rendu compte de la nécessité de déplacer la feuille pour faciliter le tracé, les bras ne devant pas se croiser. Ils doivent enfin s'habituer à lever le crayon avant d'arriver au bout de la règle, à tracer un trait en une seule fois, sans reprise.

- Niveau

D'après les programmes de 2002, l'introduction de la règle par l'enseignant relève du cycle 2 où l'on précise que les élèves l'utilisent et se familiarisent avec elle.

« Au CP, approche et préparation à la réalisation de tracés à la règle ainsi que vérification d'alignements perçus ; au CE1, une construction et une structuration de ce travail qui est poursuivi au cycle 3. »

- Longueur en fonction du niveau

Les premiers segments tracés (CP, CE1) ont une longueur comprise entre environ 3 ou 4 cm et au maximum une dizaine de centimètres. Ils doivent en effet pouvoir être obtenus avec le double décimètre et être adaptés à la taille des mains des élèves.

La longueur augmente au cycle 3 où l'on arrive à la fin à utiliser une règle plate de 30 voire 40 cm.

- Exemples d'activités

Les premiers tracés effectués à la règle sont des tracés rectilignes sans contrainte. Il s'agit d'exercices de découverte puis d'entraînement à l'utilisation de l'instrument.

On trouve aussi de nombreux tracés sur des lignes droites déjà présentes comme ceux de traits de séparation entre deux activités sur un cahier, de soulignement sur le cahier du jour.

Viennent ensuite des tracés de segments d'extrémités données. La contrainte est forte et la réussite pas évidente : si l'on met le bord de la règle sur un point, le trait que l'on trace ne passe pas par le point mais juste à côté.

Comme outil d'investigation, la règle peut servir à confirmer des alignements que la vue a permis de déceler ou d'en découvrir de nouveaux.

## II. Le compas

### 1. Des compas

Contrairement aux règles, il n'y a pas plusieurs modèles de compas. Ils peuvent cependant différer les uns par rapport aux autres.

### 2. Fonctions

Le compas sert à tracer des cercles et des arcs de cercle. Il est aussi utilisé pour reporter des longueurs et en particulier pour les comparer.

### 3. Introduction

- Apprentissage

L'utilisation du compas par les élèves n'est pas simple et nécessite un apprentissage.

- Tracés circulaires

Les élèves doivent apprendre à le tenir, par le haut, en appuyant sur le bras qui porte la mine ainsi que sur celui qui porte la pointe. La pression exercée sur ce dernier doit être un peu plus grande que sur l'autre sans quoi le compas risque de tourner autour de la mine au lieu de la pointe sèche. Pour éviter cela on peut placer un cahier de brouillon sous la feuille sur laquelle on trace de façon à mieux enfoncer la pointe pour en assurer le maintien.

Ils doivent aussi apprendre à pencher légèrement le compas du côté où l'on tourne pour que la mine glisse bien sur le papier, pas trop cependant pour que la pointe, elle, ne glisse pas.

Par ailleurs, les élèves vont devoir apprendre aussi que pour tracer un cercle il faut en connaître soit le centre et le rayon, soit le centre et un de ses points.

- Report de longueur

On commence par placer la pointe sèche à une extrémité du premier segment, on l'y enfonce légèrement, on ouvre le compas sans déplacer la pointe jusqu'à ce que la mine arrive sur l'autre extrémité. Il s'agit ensuite de ne pas modifier l'ouverture obtenue jusqu'à ce que la pointe soit enfoncée à l'endroit voulu.

On voit en la décrivant que cette technique est plus facile. Sa principale difficulté réside dans la maîtrise de la succession des éléments qui la composent.

- Niveau

Les programmes de 2002 mentionnent l'utilisation du compas dès le cycle 2 en précisant dans les documents d'application que « les élèves sont initiés à la manipulation du compas pour tracer un cercle de centre donné ». Selon les programmes, le compas sert en premier lieu à construire des cercles. Ce travail relève du CE1. Dans les manuels, l'introduction du compas est souvent reportée au CE2.

Au cycle 3 ces connaissances sont approfondies et élargies (tracé d'arcs de cercle). Elles sont complétées par la vérification de l'égalité de longueur de segments ou le report de longueur lorsqu'un mesurage n'est pas indispensable et la construction d'un segment de même longueur qu'un segment donné.

- Usages

- Tracé de cercles

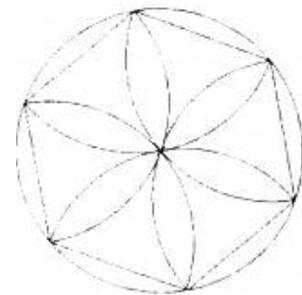
Les premiers tracés sont des tracés libres de cercles destinés à l'apprentissage de la manipulation du compas.

On propose ensuite des tracés comportant des contraintes comme celui de plusieurs cercles de même centre, de plusieurs cercles de centres donnés mais de même rayon, d'un cercle de centre donné et passant par un point donné, de cercles passant par deux points donnés, de cercles tangents...

- Tracé d'arcs de cercle

On les trouve par exemple comme partie de figure plus complexe, Il faut alors en connaître et donc souvent en déterminer le centre, le rayon et les extrémités.

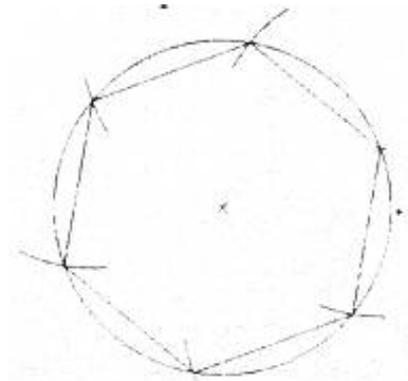
Exemple : au CE2, construire la rosace à six branches.



Une part d'activité importante dans ce domaine est celle du travail avec les frises qui amènent aussi à raccorder des arcs de cercle.

Les arcs de cercle sont rencontrés aussi comme traits de construction.

Exemple : au CE2, construction d'un hexagone régulier inscrit dans un cercle.



- Report d'une longueur

On peut citer le tracé d'un segment ayant la même longueur qu'un autre ou bien la construction d'un segment ayant même longueur qu'une ligne brisée donnée. C'est d'ailleurs essentiellement dans le domaine de la mesure qu'on utilise la fonction de report du compas.

Exemple : Construction d'un triangle équilatéral (CE2).

- Comparaison de longueurs

La comparaison se fait en reportant au compas<sup>1</sup> la mesure de l'un sur le support de l'autre à partir de l'une de ses extrémités.

### III. L'équerre

#### 1. Types d'équerre

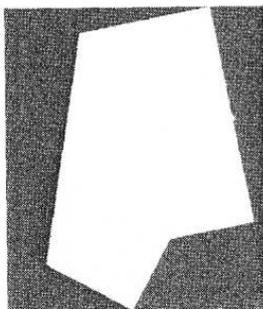
- Equerre du commerce

Elles ont un point commun : un angle droit. Elles se différencient par les autres angles dont les mesures sont  $45^\circ$  et  $45^\circ$  ou  $30^\circ$  et  $60^\circ$ , par la matière (bois, plastique,...), par la présence ou non de graduations, par la taille et par les décorations.

La question des deux angles non droits est sans grande importance. Quant aux graduations, elles sont loin d'être indispensables, une équerre n'étant pas une règle. Les graduations peuvent laisser penser qu'il est possible de placer à l'aide de la seule équerre un point à 3 cm d'une droite par exemple.

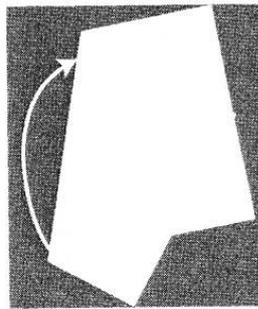
- Autres équerres

Il est question dans les documents d'application du cycle 2, d'une « équerre construite avec un morceau de papier (par exemple, coin d'une feuille de papier, feuille pliée en quatre) ».



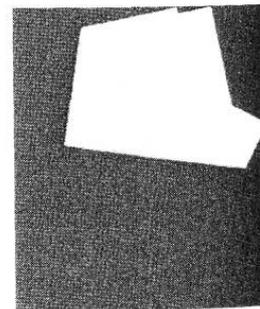
Etape 1

On plie un morceau de papier en deux vers le milieu



Etape 2

On amène le pli sur lui-même exactement



Etape 3

On plie, obtenant ainsi un angle parfaitement droit

<sup>1</sup> Ce n'est pas la seule possibilité mais la seule qui nous intéresse ici.

L'objet obtenu, même s'il a d'un point de vue théorique un angle parfaitement droit, ne peut pas prétendre rivaliser avec l'équerre : à côté des imperfections de la construction, il est trop souple, trop épais et ses plis ont tendance à s'ouvrir si on ne colle pas les feuillets. Son principal défaut réside dans l'impression qu'il peut donner aux élèves de toujours pouvoir « s'en sortir » sans matériel. C'est ainsi qu'on voit des élèves de collège tracer des espèces de cercle avec une pièce de monnaie ou utiliser le bord de la couverture d'un livre comme règle.

## 2. Fonctions

Utilisée seule, l'équerre a deux fonctions : c'est un instrument de production puisqu'il sert à construire des angles droits et un instrument d'étude servant à vérifier qu'un angle est droit ou non.

Utilisée conjointement avec une règle, elle peut servir à tracer des parallèles.

## 3. Introduction

- Apprentissage

- Maniement

Comme outil d'investigation, les élèves devront apprendre à bien mettre un côté de l'angle droit sur un côté de l'angle, en prenant soin de mettre le sommet de l'angle droit de l'équerre sur le sommet de l'angle étudié. Ensuite, il faudra faire bien attention à ne rien bouger en vérifiant si les deux autres côtés des angles se superposent. De nombreux objets de l'environnement de la classe se prêtent à ce travail qui constitue une bonne approche de l'utilisation de l'équerre comme outil d'investigation.

En tant qu'instrument de tracé de perpendiculaires, les élèves doivent apprendre à placer un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite ce qui n'est pas si simple que cela en a l'air si on souhaite obtenir une précision acceptable.

- Difficultés didactiques

Le bon positionnement de l'équerre ne présente pas la même difficulté partout. Par exemple, il est plus facile de tracer la perpendiculaire à la droite (AB) en A qu'en B dans la situation suivante où seul le segment [AB] est donné :



Certains élèves, même de cours moyen, placent leur équerre de la même façon aux deux extrémités du segment. En A, la position est convenable, mais en B, ils sont obligés de contrôler visuellement le bon alignement du segment  $[AB]$  et du petit côté de l'angle droit. Il faudrait soit avoir prolongé le segment au delà de B, soit changer la position de l'équerre pour qu'un côté prenne vraiment appui sur le segment.



Il est préférable que les droites soient placées dans toutes sortes de directions, pas seulement des horizontales et des verticales, trop stéréotypées, pour lesquelles la vue est souvent un outil d'analyse suffisant pour les élèves.

Les évaluations à l'entrée en 6<sup>ème</sup> montrent que la consigne « tracer deux droites qui forment un angle droit » est plus facile à comprendre que « tracer deux droites perpendiculaires », le terme technique perpendiculaire étant parfois interprété comme « vertical ».

- Niveau

L'équerre comme outil d'investigation peut être introduite au CE1 pour la reconnaissance instrumentée des angles droits. Cette compétence est en effet mentionnée dans les programmes de 2002 à ce niveau.

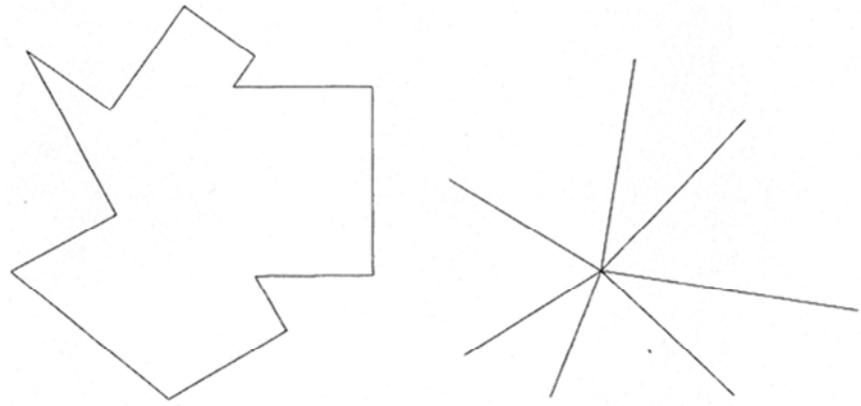
Les programmes et les documents d'application renvoient la construction d'un angle droit et des perpendiculaires au cycle 3.

- Activités

- Recherche d'angles droits et vérification qu'un angle est droit ou non

On peut organiser la « chasse à l'angle droit » : recherche d'angles droits dans l'environnement de la classe puis sur feuille avec une collection de figures variées. Cette recherche est d'abord faite à vue pour éliminer les angles qui ne sont manifestement pas droits, elle est ensuite accompagnée de la vérification instrumentée.

Exemples sur feuille :



- Tracé de perpendiculaires

Exemple au CE2 : le rectangle représente une feuille de papier A4. On a commencé une ligne brisée à l'un de ses sommets, c'est le trajet d'un robot qui ne peut qu'avancer ou tourner à angle droit. La consigne pourrait être : « continue à tracer le chemin qu'a suivi ton robot ».

On trouve beaucoup d'occasions de tracer des perpendiculaires sur papier uni tout au long du cycle 3 : construction de carrés, de rectangles (dès le CE2), reproduction de figures complexes contenant des angles droits (CM1 et CM2) et aussi dessin de patrons de cubes ou de pavés droits (CM1 ou CM2).

#### IV. Instruments pour les angles

##### 1. Matériel

- Papier calque

On peut décalquer un angle pour ensuite le comparer à un autre soit isolé soit comme angle d'une figure.

- Gabarits

Un gabarit d'angle est une forme plane ayant deux côtés consécutifs rectilignes. Une équerre est un gabarit d'angle droit.

Un gabarit est d'autant plus intéressant qu'il a une certaine rigidité. Avec un gabarit opaque, il est plus difficile de trouver des angles égaux, mais sa rigidité autorise la construction d'un angle égal.

- Rapporteur

La mesure des angles n'est pas au programme de l'école. L'introduction et l'utilisation du rapporteur relèvent du collège.

## 2. Introduction

Au cycle 2, seul l'angle droit est mentionné dans les programmes. Au cycle 3, et en particulier à partir du CM1, les documents d'application indiquent que les élèves doivent savoir « comparer des angles dessinés par superposition ou en utilisant un gabarit, en particulier des angles situés dans une figure (angles intérieurs d'un triangle, d'un quadrilatère,...) » et « reproduire un angle donné en utilisant un gabarit ».

## V. Gabarits

Les gabarits de forme sont des formes planes pleines ou en creux. Nous en avons déjà rencontré pour les angles et donné l'exemple de l'équerre ; s'y ajoutent les règles, gabarits de traits droits.

Des jeux comme les « boîtes à formes » et les puzzles à encastrement reposent sur des gabarits.

Des pochoirs, c'est-à-dire des plaques évidées, peuvent servir de gabarits.

### 1. Introduction

Des gabarits sont introduits à tous les niveaux de la scolarité primaire.

Des gabarits de forme sont présents dès l'école maternelle. Au cycle 2, les programmes mentionnent le « gabarit d'angle droit, les gabarits de carrés, de rectangles... » et au cycle 3, les gabarits d'angle.

### 2. Exemples d'utilisation

Les premiers exemples (« boîte à formes », puzzle à encastrement) servent en maternelle. Dans ces deux cas, il s'agit d'apparier une forme en relief à une forme en creux, la forme en creux jouant le rôle de gabarit pour la forme en relief. C'est un type d'activité où la réussite ne va pas d'elle-même pour les jeunes élèves car elle demande des capacités de motricité fine longues à acquérir : on peut voir des élèves appuyant de toute leur force sur une pièce de puzzle pour la faire entrer sans qu'ils pensent à la tourner légèrement afin qu'elle se présente bien. La part la plus importante du travail sur ces gabarits ne se trouve pas là mais plutôt dans le fait d'arriver à associer les deux formes, par exemple, pour la boîte à formes, prenant un prisme dont la base est un trapèze isocèle, de trouver qu'elle doit passer par le trou qui a cette forme et non par un autre.

Des plaques comme gabarits de forme (ronds, carrés, triangles) sont utilisées tant pour les formes elles-mêmes (travail sur le rond par exemple) que pour en produire (prise d'empreinte) et constituer des assemblages. Les élèves réalisent des empreintes à partir de solides pour lesquels le travail consiste à en isoler les faces et pour lesquels donc ce sont les faces qui jouent le rôle de gabarit.

Les tracés au pochoir ne sont pas faciles pour plusieurs raisons : il y a tout d'abord la question de son maintien en place pendant le tracé ; effectuant des tracés de tous les côtés, la pression pour le tenir doit être exercée dans toutes les directions au contraire de la règle par exemple pour laquelle on ne trace qu'« au-dessus ». Une autre difficulté se trouve dans la position des mains pendant le tracé. Il faut maintenir le pochoir près de l'endroit où l'on trace ce qui peut conduire à des positions malcommodes difficiles à éviter.

Les pochoirs ou les formes planes permettent la réalisation de frises. Certains peuvent conduire à la réalisation de mosaïques ou de pavages qu'il serait impossible d'obtenir autrement au niveau de l'école.

## VI. Le papier considéré comme instrument

### 1. Papier calque

Utilisé dans toutes les classes du primaire, il constitue à la fois un outil d'investigation, une aide à la construction et un support pour la validation dans de nombreuses activités.

### 2. Papier quadrillé

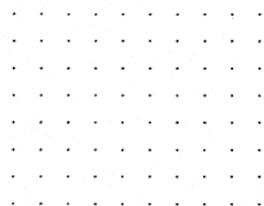
C'est le support de travail habituel. Les quadrillages usuels sont ceux de la réglure Sieyès, du papier à petits carreaux de 5 mm de côté et ceux des cahiers à dessin avec des carreaux de 1 cm de côté.

Pour la majorité des activités géométriques au niveau de l'école, le quadrillage du papier millimétré est trop fin pour pouvoir être utilisé.

Si le papier quadrillé constitue une aide pour de nombreux tracés rectilignes, pour la production d'angles droits, de parallèles, de perpendiculaires, de figures particulières comme des rectangles... il faut aussi ne pas s'y limiter de façon à ce que ces tracés requièrent de la réflexion de la part des élèves et à ce que les figures construites n'occupent pas systématiquement une position privilégiée sur la feuille de papier.

### 3. Papier pointé

Le papier pointé est du papier sur lequel des points ont été disposés régulièrement. Il y a deux principaux types de réseaux : à maille carrée et à maille triangulaire équilatérale.



Son utilisation ressemble à celle du papier quadrillé, mais sans l'influence des supports rectilignes.