METHODES DE RESOLUTION DE PROBLEMES

I. Utilisation des ensembles

1. Problème type

Dans un centre aéré, deux ateliers sont proposés et tous les enfants doivent s'inscrire à au moins un atelier.

A la fin de la journée, le responsable du centre fait le constat suivant :

14 enfants ont participé à l'atelier « peinture ». 25 ont participé à l'atelier « jeu de piste ».

D'autre part, il constate que 5 enfants ont participé aux deux ateliers.

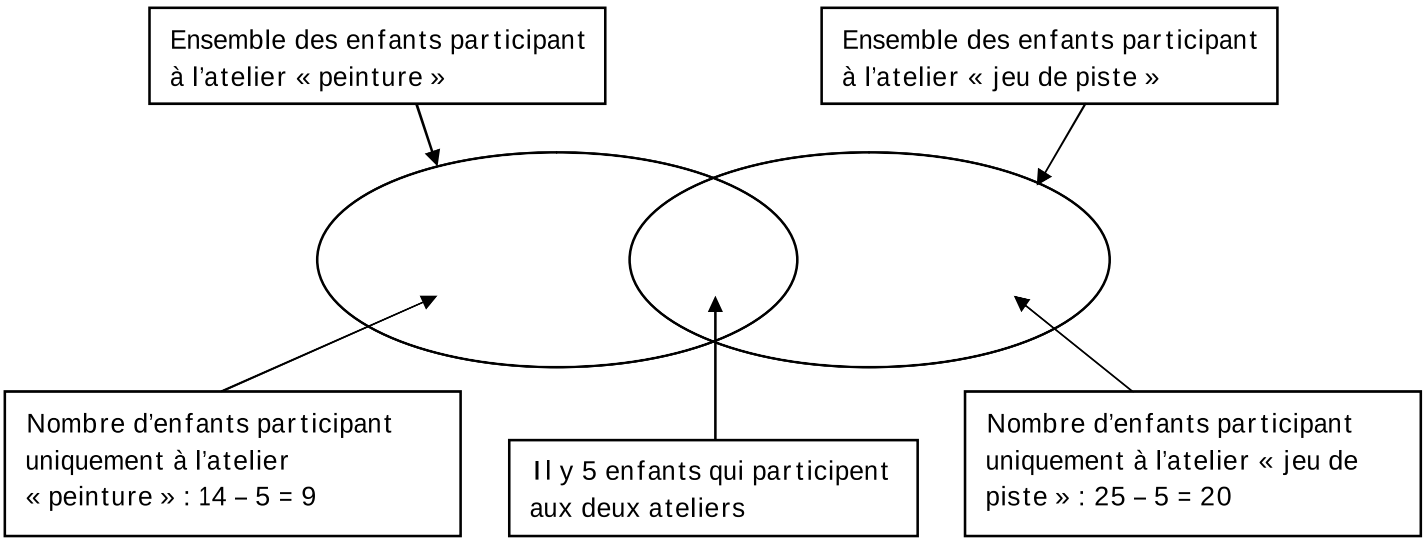
Combien y avait-il d'enfants présents ce jour là ?

2. Résolution

- Première méthode

  On remarque de 5 enfants sont recensés deux fois : ils sont comptés avec ceux qui participent aux ateliers « peinture » et « jeu de piste ». On en déduit que le nombre total d'enfants est 14 + 25 – 5 = 34.

- Deuxième méthode



Le nombre total d'enfants est : 9 + 5 + 20 + 34.

II. Problèmes de décombrement ou de combinatoire

1. Exemple 1

Ecrire tous les nombres de trois chiffres formés avec les chiffres 1,2 et 3.

Si on recense les nombres possibles sans une méthode organisée (valable s'il n'y a pas trop de nombres à trouver), on risque des oublis ou des redites. Une méthode fiable consiste à établir un arbre.

choix du 1er chiffre	choix du 2ème chiffre	choix du 3ème chiffre	nombre constitué
1	1	1	111
		2	112
		3	113
	2	1	121
		2	122
		3	123
	3	1	131
		2	132
		3	133
2	1	1	211
		2	212
		3	213
	2	1	221
		2	222
		3	223
	3	1	231
		2	232
		3	233
3	1	1	311
		2	312
		3	313
	2	1	321
		2	322
		3	323
	3	1	331
		2	332
		3	333

Cette stratégie ne serait pas la bonne pour des problèmes tels que :

- Combien peut-on écrire de nombres à trois chiffres avec les chiffres 1, 2 et 3 ?

  Il serait ici judicieux de construire l'arbre débutant avec le chiffre 1 et de multiplier le nombre de solutions par 3 (mêmes résultats avec 2 et 3).

  On trouve 9 nombres commençant par le chiffre 1.

  Réponse : 3 x 9 = 27 Il y a 27 nombres possibles.

- Combien de nombres à trois chiffres différents peut-on écrire avec les trois chiffres 1, 2 et 3 ?

  Ici, il est plus rapide de les recenser : 123, 132, 213, 231, 312 et 321. Il y a 6 nombres possibles.

2. Exemple 2

Mélanie jette deux dés et note à chaque fois la somme des deux nombres obtenus. Elle pose la question suivante : quelle est la somme qui a le plus de chance de « sortir » ?

Chaque face d'un dé a la même probabilité d'apparaître (1 chance sur 6). Il est utile ici de rechercher ce que l'on appelle l'ensemble de tous les cas possibles en construisant un tableau à double entrée :

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

On remarque que c'est la somme « 7 » qui apparaît le plus souvent (6 fois). Les sommes « 6 » et le « 8 » apparaissent 5 fois...

La réponse est donc la somme « 7 ».

Sup de Cours - Etablissement d'enseignement privé RNE 0333 119 L - 73, rue de Marseille - 33000 Bordeaux

III. Problèmes de logique

1. Résolution à l'aide d'un tableau

Exemple :

Cinq enfants André, Bernard, Claude, Denis et Pierre habitent dans la même rue dans cinq maisons différentes de couleur rouge, verte, bleue, jaune et blanche. On demande de retrouver pour chaque enfant la couleur de sa maison à partir des renseignements suivants :

(a) Pierre et André vont souvent chez leur ami dans la maison rouge pour jouer aux dames.

(b) Le mercredi l'enfant de la maison verte Va chercher Denis pour aller jouer au foot.

(c) Pierre, André et Claude vont rarement chez leur ami de la maison bleue.

(d) L'enfant de la maison jaune part en classe avec André, Claude ou Bernard mais jamais avec l'enfant de la maison verte.

Ce type de problème se résout en général à l'aide d'un tableau.

	Rouge	Verte	Bleue	Jaune	Blanche
André	(a)	(d)	(c)	(d)	Juste (2)
Bernard	(3)	(d)	Juste (4)	(d)	(2)
Claude	Juste (3)	(d)	(c)	(d)	(2)
Denis	(3)	(b)	(4)	Juste (5)	(2)
Pierre	(a)	Juste (1)	(c)	(1)	(1)

D'après (a), Pierre et André n'habitent pas la maison rouge, les deux cases « rouge » sont donc éliminées pour Pierre et André.

D'après (b), Denis n'habite pas la maison verte, la case « verte » est éliminée pour Denis.

D'après (c), Pierre, André et Claude n'habitent pas la maison bleue, la case « bleue » est éliminée pour ces trois enfants.

D'après (d), André, Claude et Bernard n'habitent ni la maison jaune, ni la maison verte. Les cases « jaune » et « verte » sont éliminées pour ces trois enfants.

A l'issue des premières éliminations, on constate :

(1) La maison verte ne peut être que celle de Pierre : il faut donc éliminer les cases « jaune » et « blanche » pour Pierre.

(2) Il reste une seule maison possible pour André : la maison blanche. Bernard, Claude et Denis ne peuvent pas habiter la maison blanche, on élimine la case « blanche » pour ces trois enfants.

(3) Claude habite donc la maison rouge. La case « rouge » est éliminée pour Denis et Bernard.

(4) Il reste la maison bleue pour Bernard. La case « bleue » est éliminée pour Denis.

(5) Denis habite la maison jaune.

2. <u>La méthode du contre-exemple</u>

Exemple :

La somme de deux nombres pairs est multiple de 4. Vrai ou faux ? Justifier.

Cette proposition doit être comprise comme « la somme de deux nombres pairs est toujours multiple de 4 », le « toujours » est implicite !

Il suffit de donner un seul cas où ce n'est pas vrai et la proposition est fausse.

Contre-exemple : 4 + 6 = 10 et 10 n'est pas multiple de 4.

3. <u>Questionnaires « Vrai / Faux »</u>

Exemple

(a) Un carré a quatre côtés de même longueur.	Vrai	Faux
(b) Un rectangle est un carré.	Vrai	Faux
(c) Un nombre pair est divisible par 4.	Vrai	Faux
(d) La somme de deux nombres entiers pairs est paire.	Vrai	Faux

(a) est vraie car un carré a toujours quatre côtés de même longueur.

(b) est fausse car il existe des rectangles qui ne sont pas des carrés (il suffit de citer les rectangles ayant leurs longueur et largeur différentes).

(c) est fausse car il y a des nombres pairs qui ne sont pas divisibles par 4 (exemple : 6 est bien pair mais non divisible par 4).

(d) est vraie : ici une preuve doit être apportée, quelques exemples ne valident en aucun cas cette affirmation. C'est la <u>preuve mathématique</u> qui doit être écrite.

Preuve mathématique :

Propriété : un nombre entier N est pair si et seulement s'il existe un entier p tel que N = 2p.

Soit un nombre entier pair N_1, il existe un entier p tel que $N_1 = 2p$.

Soit un nombre entier pair N_2, il existe un entier q tel que $N_2 = 2q$.

$N_1 + N_2 = 2p + 2q = 2 (p + q)$

$N_1 + N_2$ est donc un nombre pair.