Mathématiques

Animation pédagogique

Programmes 2008 :
la division au CE2

Présentation

Les programmes 2008 placent désormais la mise en place de la technique opératoire de la division au CE2. Ce changement n'est pas sans susciter des interrogations (comment y parvenir ?) et des inquiétudes (qu'en est-il du sens ?).

L'importance des échanges entre enseignants du CE1, du CE2 et du CM1 se trouve nécessairement accrue : la mise en place de la division au CE2 sera favorisée par la conception d'une démarche bien définie et concertée avec le collègue du CE1. De même la phase de maîtrise de cette opération au CM1 demande une continuité dans les méthodes et les pratiques.

Le premier objectif de l'animation est ainsi montrer l'importance des échanges entre enseignants et du travail en équipe pour réussir la mise en place de ces programmes décalant d'un an en amont la mise en place des techniques opératoires. Le second objectif est alors de proposer des pistes et des exemples d'activités pour aider à la mise en place.

Ces pistes et ces exemples sont explicités au travers d'une proposition de progression qui s'appuie sur du matériel de manipulation similaire du CP au CE2.

Place dans les programmes 2008

Extraits

CYCLE DES APPRENTISSAGES FONDAMENTAUX - PROGRAMME DU cycle 3
MATHÉMATIQUES
1 - Nombres et calcul *(p. 23)*
Le calcul posé : la maîtrise d'une technique opératoire pour chacune des quatre opérations est obligatoire.

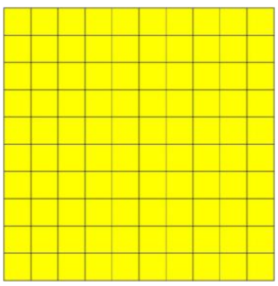
PREMIER PALIER POUR LA MAÎTRISE DU SOCLE COMMUN : COMPÉTENCES ATTENDUES À LA FIN DU CM2
Compétence 3 : *(p. 27)*
Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
L'élève est capable de :
- utiliser les techniques opératoires des quatre opérations sur les nombres entiers et décimaux (pour la division, le diviseur est un nombre entier) ;

CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS - PROGRESSIONS POUR LE CE2 ET LE CM1
Nombres et calcul *(p. 38)*
Cours élémentaire deuxième année
- Connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 100 ; entre 15, 30, 60
- Effectuer un calcul posé : addition, soustraction et multiplication.
- Effectuer un calcul posé : connaître une technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre.
- Approcher la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements.

Cours moyen première année
…
- Effectuer un calcul posé : addition et soustraction de deux nombres décimaux ;
- Effectuer un calcul posé : multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier ;
- Effectuer un calcul posé : addition et soustraction de deux nombres décimaux ;
- Effectuer un calcul posé : division euclidienne de deux entiers ;
- Effectuer un calcul posé : division décimale de deux entiers ;

Préambule

La progression proposée s'appuie sur l'utilisation du matériel multi-base.



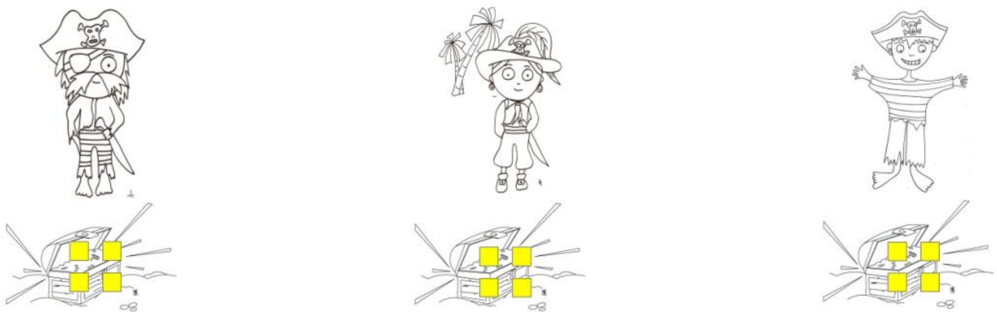
Ce matériel est ordinairement très utilisé au CP dans les activités visant la compréhension du nombre. Dans le domaine du calcul posé, Il a l'avantage de permettre la visualisation des algorithmes opératoires par le jeu d'échanges avec des plaques centaines, des barres dizaines et des jetons unités. L'élève qui a utilisé ce matériel lors des apprentissages sur notre système de numération et sur la technique opératoire de la soustraction (voir compte-rendu d'animation sur le site de la circonscription) sera d'autant plus en confiance pour aborder l'apprentissage d'une nouvelle opération. En proposant régulièrement ce matériel dans différentes situations, il devient progressivement un repère essentiel t structurant pour l'élève.

Pré-requis du CE1 :

Les programmes indiquent que l'élève durant son CE1 a suivi une approche de la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupement. En calcul mental, ils doivent pouvoir diviser par 2 et 5 des nombres entiers inférieurs à 100.
Les 2 types de situations suivantes sont rencontrés au CE1.

<u>1. Situation « partage »</u> (division partition)

« *3 pirates doivent se partager 12 pièces d'or. Combien auront-ils chacun de pièces d'or ?* »
Avec l'utilisation du matériel de manipulation, l'élève distribue les jetons un par un pour les trois pirates jusqu'à épuisement.



Après la manipulation, en CE1, l'écriture mathématique est associée à ce type de situation afin que l'élève se familiarise. → 12 : 3 = 4

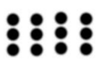
<u>2. Situation « combien de fois »</u> (division groupement ou quotition)

« *Chaque bourse de pirates doit contenir 3 pièces d'or. Il y a 12 pièces d'or. Combien de bourses seront-elles constituées ?* »
Cette fois, lors de la manipulation, il n'est plus possible de distribuer 1 par 1 mais seulement 3 par 3 (en regroupant par 3) jusqu'à constitution de toutes les bourses (combien de fois 3 dans 12).

De nouveau, l'écriture mathématique est associée à cette situation. → 12 : 3 = 4

Avant 2008, ces situations étaient déjà proposées en CE1 mais avec les nouveaux programmes il faut rapidement y associer le mot et le signe.

Situation 1  12 : 3 = 4 « **partager** » c'est « **diviser** » ; on voit « **:** »

Situation 2  12 : 3 = 4 « **combien de fois** » c'est « **diviser** » ; on voit « **:** »

En réalisant ces situations avec des nombres plus grands tel que 40 : 5 (évaluation nationale CE1 2009) les élèves développent leurs aptitudes en calcul et, avec le matériel de manipulation, ils construisent de manière tout à fait intuitive l'algorithme opératoire de la division qu'ils découvriront au CE2.

Poursuites au CE2

1. Poursuite de la mise en place du sens.

Les élèves ont donc été familiarisés avec les deux situations de la division. Avant d'aborder la technique opératoire en tant que telle, la rencontre avec des problèmes relevant de ces 2 situations va se poursuivre ainsi qu'un travail sur la notion de multiples.

a. Les multiples.

Le travail préalable sur la notion de multiple permet de préparer à la « division quotition », c'est-à-dire d'habituer l'élève à la recherche du **« combien de fois dans… »**.
Cette notion peut d'abord être mise en place avec une situation concrète telle que la suivante :

Théo n'a que des pièces de 50 centimes dans son porte monnaie.

1. Peut-il avoir 180 centimes (1,80 €) dans son porte monnaie ?

50 x 1 = 50
50 x 2 = . . .
50 x 3 = . . .
50 x 4 = . . .

2. Peut-il avoir 400 centimes (4 €) dans son porte monnaie ?

50 x 5 = . . .
50 x 6 = . . .
50 x 7 = . . .
50 x 8 = . . .

1er cas : 180 centimes c'est plus que 3 pièces de 50 centimes mais moins que 4.
2ème cas : **dans 400 centimes il y a 8 pièces de 50 centimes**.

À cette situation concrète avec manipulation de pièces de 50 centimes est **associé le vocabulaire mathématique** : « 400 *est un multiple de 50 car **il y 8 fois 50 dans 400*** ».

D'autres situations sont conduites en prenant appui sur les nombres d'usage courant indiqué dans les programmes, à savoir : 5, 10, 25, 50, 100 ainsi que 15, 30, 60.
Quelques exemples :
Il y a 24 joueurs, peut-on faire des équipes de 5 ?
Il y a 130 fraises peut-on faire des barquettes de 10 ?
La couturière a un ruban de 75 cm, peut-elle découper des morceaux de 15 cm ?
J'ai 150 kaplas, puis-je construire des tours de 25 kaplas ?
Etc.

Des exercices de systématisations sont proposés en parallèle tel que :
« *Cherche les multiples de 15 demandés, puis réponds* »
15 x 1 = . . . 15 x 2 = . . . 15 x 3 = . . . 15 x 4 = . . . 15 x 5 = . . . 15 x 6 = . . .
35 est-il un multiple de 15 ? . . . . .
60 est-il un multiple de 15 ? . . . . .
75 est-il un multiple de 15 ? . . . . .

Par écrit tout d'abord puis en calcul mental, l'activité suivante peut être proposée :
« *Réponds par oui ou non sur ton ardoise, si c'est oui indique le calcul :* »

30 est-il un multiple de 10 ? *OUI 30 = 10 x 3* 52 est-il un multiple de 10 ? *NON* etc.	130 est-il un multiple de 50 ? *NON* 150 est-il un multiple de 50 ? *OUI 150 = 50 x 3* etc.	200 est-il un multiple de 100 ? *OUI 200 = 100 x 2* 250 est-il un multiple de 100 ? *NON* etc.

Le travail sur la division est ici sous-jacent par la recherche du « combien de fois dans » mais dans un cadre de quotient juste puisqu'il s'agit de multiples. Avant la technique opératoire, il reste encore à voir les cas des quotients non justes et donc la notion de reste. Les deux situations problèmes vues au CE1 vont donc être réactivées.

b. Situation groupement avec reste (vers la division quotition)
Exemple d'activité de manipulation : les bandelettes de papier.
« *Combien de fois la petite bandelette est-elle contenue dans la grande bande ?* »

16cm

3cm

Les élèves indiquent qu'ils peuvent mettre 5 bandelettes dans la grande bande et qu'il reste un morceau. Mathématiquement, on leur fera formuler de la façon suivante « **il y a 5 fois la bandelette dans la grande bande et il reste un bout** » et, en ayant connaissance des mesures de la bande, de la bandelette et du bout restant, **on associe aussitôt l'écriture 16 = (3 x 5) + 1**.

Cette situation de manipulation est importante pour **créer chez l'élève l'image mentale nécessaire** à la suite des apprentissages. Après quelques situations de ce type, la systématisation pourra se faire plus simplement, sur feuille, avec segments et règle graduée (ou compas) et toujours avec l'écriture mathématique associée.

15 cm

2 cm 15 = (2 x . . .) + . . .

14 cm

4 cm 14 = (4 x . . .) + . . .

Dans une seconde phase, l'unité utilisée sera le mm afin de permettre l'usage de plus grand nombre.
On rappellera que chercher « combien de fois » c'est « diviser » et on voit « : ».
On arrive alors a la situation suivante.

« *Nous allons apprendre à calculer la division de 163 par 25 (163 : 25 ?)* »
« *Vérifie le nombre de fois et le reste avec ton compas et ta règle graduée* »
163 mm

25 mm 163 = (25 x . . .) + . . .

« *diviser c'est **chercher deux nombres** :*
- ***le combien de fois** 25 dans 163 (ou combien de groupe de 25 dans 163), ce nombre s'appelle le **quotient** (**q**) ;*
- ***le reste** (**r**).*

Dans cet exemple, 163 : 25 c'est q = 6 et r = 13 car 163 = (25 x 6) + 13 »

Les premières systématisations partiront désormais de cette écriture mathématique mais avec des données numériques laissant à l'élève la possibilité de construire ses traits si besoin.
Exemple :

« *Calcule ces divisions. Pour t'assurer, si besoin, trace les traits sur ton cahier.* »

107 : 25 ?	q = . . . r = . . .	car 107 = (25 x . . .) + . . .	200 : 25 ?	q = . . . r = . . .	car 175 = (25 x . . .) + . . .
160 : 25 ?	q = . . . r = . . .	car 160 = (25 x . . .) + . . .	201 : 25 ?	q = . . . r = . . .	car 107 = (25 x . . .) + . . .
etc.			etc.		

D'autres systématisations porteront sur des situations problèmes mais toujours en permettant le recours à la construction de traits si besoin. Par ailleurs, elles font références aux problèmes déjà rencontrés avec les multiples, exemple :

« *Complète comme dans l'exemple en calculant la division.* »

Il y a 107 enfants et on veut former des équipes de 25 enfants.

107 : *25* ? q = *4* r = *7* car 107 = (25 x *4*) + *7*

On peut former 4 équipes de 25 enfants et il restera 7 enfants.

Il y a 158 fraises, on veut faire des barquettes de 25 fraises.	Il y a 182 kaplas, on veut faire des tours de 25 kaplas
. . . : . . . ? q = . . . r = . . . car . . . = (. . . x . . .) + . . .	. . . : . . . ? q = . . . r = . . . car . . . = (. . . x . . .) + . . .
. . . .	. . . .
etc.	etc.

Le choix du nombre 25 est volontaire. Tout en permettant un travail sur de grands nombres (des centaines) il est **simple à utiliser** en termes de relations arithmétiques. Sachant qu'ici, **l'unique objectif est de mettre en place le sens de cette nouvelle opération**, il n'y a **aucun intérêt à manipuler des nombres pouvant mettre en difficulté l'élève**.

Par contre quand le sens semble acquis chez de premiers élèves, alors il peut être possible de leur faire manipuler d'autres nombres notamment des situations en calcul rapide avec petits nombres exigeant d'investir les tables, exemple :
Il y a 33 billes, on fait des paquets de 8 – Il y a 52 dragées, Lucie fait des paquets de 6 – etc.

c. Situation partage avec reste (vers la division partition)

Il va s'agir ici d'amener l'élève à comprendre qu'**à une situation différente correspond la même réponse mathématique**. On peut pour cela repartir de l'histoire du partage du trésor chez les pirates mais cette fois avec un équipage complet et donc de grands nombres. Exemple :

« *Le capitaine des pirates va partager de façon équitable le trésor contenant 132 pièces d'or entre les 25 hommes de sa bande. Quelle sera la part de chacun ? Restera-t-il des pièces ?* »

A ce niveau, on rappelle à l'élève qu'il a déjà rencontré cette situation du partage chez les pirates et que pour se faire il avait fait une distribution pièce par pièce. Mais ici, vu le nombre de pièces, cela serait fastidieux. On peut alors se remémorer que lorsque l'on a terminé un premier tour de distribution, il a été donné autant de pièces que de pirates. Puis, on fait le second tour, etc.

Ainsi, quand chaque pirate a reçu une pièce, cela fait 25 pièces distribuées. Lors du deuxième tour chacun reçoit sa deuxième pièce et c'est encore 25 pièces de distribuées. Et ainsi de suite jusqu'à ce que ce ne soit plus possible. Le pirate va donc **chercher à savoir combien de fois sera distribué 25 pièces**.

Les élèves recherchent donc **combien de fois il y a 25 dans 132** et s'il reste quelque chose. L'**analogie avec la situation précédente des groupements** se fait intuitivement, on associe alors sans tarder l'écriture mathématique qui est bien évidemment identique :

132 : *25* ? q = *5* r = *12* car 132 = (25 x *5*) + *12*

Chaque pirate aura 5 pièces, il restera 12 pièces.

On conclut donc sur le fait que **partager c'est chercher le nombre de tours de distribution** et donc **chercher combien de fois**. Comme indiqué plus haut, l'objectif de la systématisation étant l'acquisition du sens, les énoncés porteront une fois encore sur des **nombres facilement manipulables** comme 10, 25, 50, 100. Exemple :
- *lors d'une autre expédition, le chef des pirates partage 725 pièces d'or à ses 100 pirates.*
- *125 fleurs sont à partager équitablement entre 10 personnes.*
- *208 bonbons sont à répartir dans 50 sachets.*

S'il est souvent répété aux élèves que partager c'est diviser et chercher combien de fois c'est diviser, on continuera ici à le répéter en amenant cette nouvelle formulation en terme de résolution de problèmes :
« *La division peut résoudre 2 types de problèmes :*
- *quand on cherche combien de fois il y a un nombre dans un autre ;*
- *quand on cherche combien on reçoit quand on fait un partage équitable.* »

A cette fin de seconde situation, quand l'objectif de l'acquisition du sens est atteint, on peut alors entraîner les élèves en calcul rapide avec de petits nombres nécessitant l'appui sur les tables.
- en 30, combien de fois 4, que reste-t-il ?
- 19 : 3 ? → q = . . . et r = . . . → car 19 = ...
- etc.

Les divisions élémentaires par 2, 3, 4 et 5 seront particulièrement travaillées en termes d'automatismes où, en calcul mental sur ces nombres, l'élève doit donner q et r de plus en plus rapidement.
- 19 : 2 ? → q = . . . et r = . . .
- 26 : 3 ? → q = . . . et r = . . .
- 31 : 4 ? → q = . . . et r = . . .
- etc.

2. Mise en place de la technique opératoire.

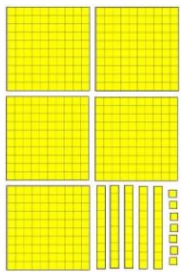
Le matériel multi base est mis à disposition des élèves organisés en groupe ou à minima en binôme afin de favoriser les échanges sur les procédures. La situation problème suivante leur est présentée :
« *Le chef des pirates veut partager 557 pièces d'or en trois parts égales.* »
Muni de ce matériel qui leur est familier (déjà manipulé dans la passé pour la numération et la soustraction), les élèves réalisent les distributions et seront amenées à faire des échanges : casser des centaines, casser des dizaines.

Tous les groupes ne distribueront pas de la même manière, il sera possible d'obtenir dans la classe différentes procédures. On les laissera faire dans cette première phase afin que par la suite ces différences fassent précisément l'objet de comparaisons et d'analyse.

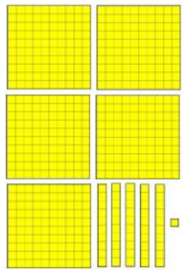
Observons maintenant deux exemples de manipulations pouvant être obtenues chez les élèves :

Exemple 1 : quand les élèves commencent par les jetons (les unités).

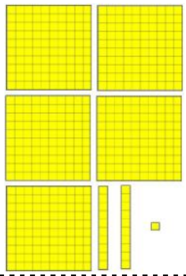
557 : 3 ?



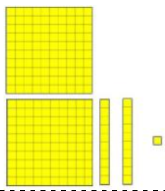
« On peut déjà distribuer 2 jetons à chacun »

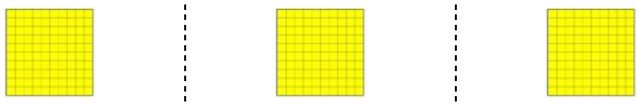


« et puis 1 barre à chacun »

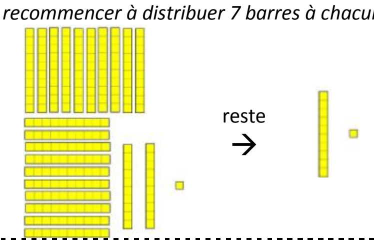


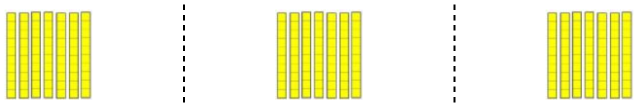
« et puis 1 plaque à chacun»



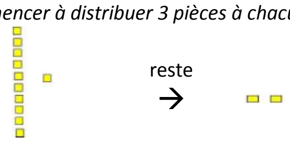


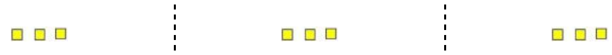
« pour continuer, on est obligé de casser les centaines restantes en dizaines et on peut recommencer à distribuer 7 barres à chacun»





« pour continuer, on est obligé de casser la dizaine restante en unités et on peut recommencer à distribuer 3 pièces à chacun»





« c'est fini, on ne peut plus distribuer. »

« Il reste 2 pièces … »

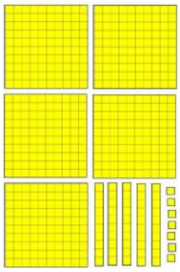
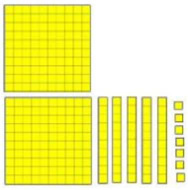
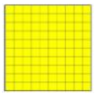
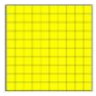
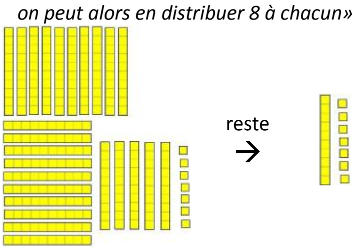
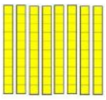
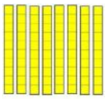
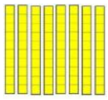
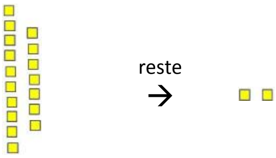
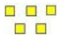
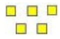
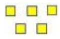
« On a distribué 1 centaine, 8 dizaines et 5 unités à chacun »

« … et chaque pirate a donc reçu en tout 185 pièces. »

« On a divisé 557 par 3, on écrit le résultat et la preuve de la division : »

557 : 3 ? q = *185* r = *2* car 557 = (3 x *185*) + *2*

<u>Exemple 2 :</u> quand les élèves commencent la distribution par les plaques (les centaines).

557 : 3 ? 			
« On peut distribuer 1 plaques à chacun » 			
« pour continuer avec les centaines restantes, on est obligé de les casser en dizaines. On a alors 25 barres en tout et on peut alors en distribuer 8 à chacun» 			
« pour continuer avec les dizaines restantes, on est obligé de les casser en unités. On a alors 17 jetons en tout et on peut alors en distribuer 5 à chacun» 			
« c'est fini, on ne peut plus distribuer. » *« Il reste 2 pièces … »*	*« On a distribué 1 centaine, 8 dizaines et 5 unités à chacun »* *« … et chaque pirate a donc reçu en tout 185 pièces. »*		

« On a divisé 557 par 3, on écrit le résultat et la preuve de la division : »

557 : 3 ? q = *185* r = *2* car 557 = (3 x *185*) + *2*

En comparant ces deux exemples, on voit que la manipulation permet intuitivement l'approche de deux notions importantes de la technique opératoire de la division.

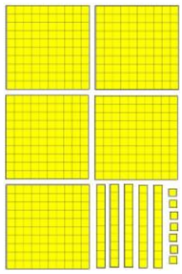
D'une part, on sépare bien d'un côté ce qui reste après chaque tour de distribution et de l'autre les parts résultantes.

D'autre part, la procédure suivie sur le second exemple est nettement plus économe en temps et très probablement en erreurs commises. S'il convient au départ de laisser les élèves mener la procédure souhaitée c'est précisément pour que l'on puisse ensuite cibler avec eux cette problématique. Certains expliqueront peut-être que s'ils ont commencé par les unités c'est parce que jusqu'alors, quelque soit les opérations (addition, soustraction et multiplication) ils ont toujours commencé par les unités. Ils perçoivent donc maintenant que concernant la division **cette règle va être remise en cause**. En manipulant, ils s'aperçoivent très naturellement qu'il est vraiment préférable de commencer une distribution par ce qui est le plus grand et de finir par le plus petit. Donc, **en divisant, on commence des centaines vers les unités**.

Suite à cette première mise au point, on propose aux élèves de mener une nouvelle manipulation autour d'un nouveau problème de division mais cette fois ils devront tous appliquer la contrainte évoquée, à savoir : on commence par les centaines et on ne fait qu'un seul échange avec les centaines puis un seul avec les dizaines. **Une fois cette contrainte perçue et appliquée, la potence peut être introduite**.

Introduction de la potence
Avec les élèves on prendra appui sur le dernier problème qu'ils viennent de rencontrer et pour lequel une manipulation a été effectuée. Dans la présentation ci-dessous, nous restons sur l'exemple de 557 : 3 ?

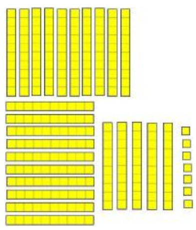
557 : 3 ?



c	d	u			
5	**5**	**7**	**3**		
			c	d	u

« J'ai 5 centaines, je peux les partager en 3.
J'aurai donc des centaines au résultat.
*Et **donc je suis sûr d'avoir un quotient à 3 chiffres**. »*

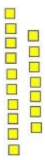
Je peux m'occuper des centaines,
je distribue 1 à chacun des trois et il reste :

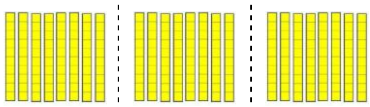


c	d	u			
5	**5**	**7**	**3**		
2					
			1		
			c	d	u

« En 5 il y a 1 fois 3.
J'ai distribué 1 centaine à chaque,
il m'en reste 2. »

Je m'occupe maintenant des dizaines,
je distribue 8 à chacun des trois et il reste :

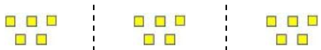




c	d	u			
5	**5**	**7**	**3**		
2	5				
	1		1	8	
			c	d	u

« je ne peux plus partager 2 centaines
alors je m'occupe des dizaines, j'en ai 25.
En 25 j'ai 8 fois 3. J'ai distribué 24 dizaines,
Il ne m'en reste qu'une. »

Je m'occupe maintenant des unités,
je distribue 5 à chacun des trois et il reste :



c	d	u			
5	**5**	**7**	**3**		
2	5				
	1	7	1	8	5
		2	c	d	u

« je ne peux plus partager 1 dizaine
alors je m'occupe des unités, j'en ai 17.
En 17 j'ai 5 fois 3. J'ai distribué 15 unités,
Il m'en reste 2. »

« je ne peux plus partager 2 unités.
Ma division est terminée.
***Je note les deux résultats** et je me vérifie :*
q=185 et r=2
557 = (3 x 185) + 2

On proposera aux élèves plusieurs entrainements avec matériel de manipulation où, dorénavant, ils devront à chaque fois noter l'écriture mathématique de leur manipulation, c'est-à-dire cette poser la division avec potence.

Chez certains élèves, la manipulation sera rapidement délaissée, on laissera cependant cet usage à ceux en ayant toujours besoin.

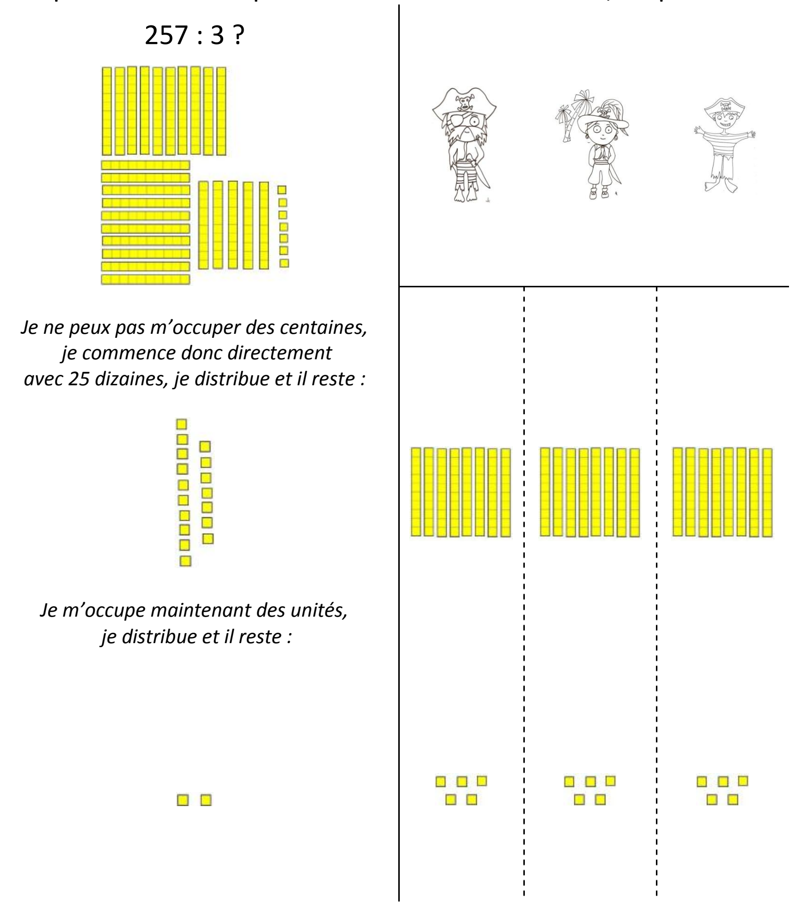
<u>Remarque sur les possibles soustractions de la partie gauche :</u>
A ce niveau, avec des divisions ayant pour diviseur des nombres à 1 chiffre, la soustraction à gauche n'est pas nécessaire. Cependant en se passant de la manipulation on indiquera aux élèves en ayant le besoin qu'ils peuvent faire cette soustraction.

Les premières phases de systématisation portent nécessairement sur des situations numériques identiques, c'est-à-dire :
- chiffre des centaines supérieur au chiffre du diviseur,
- pas de zéro dans le quotient,
- diviseur à 1 chiffre.

Il s'agit là de variables didactiques que l'on n'amènera que lorsque les élèves auront acquis suffisamment d'assurance avec la phase précédente.

Chiffre des centaines inférieur au chiffre du diviseur.

Lorsque les élèves acquièrent une certaine maîtrise, on peut amener cette situation :




```
c  d  u
2  5  7  | 3
         |------
         |
         | d  u
```

*« J'ai 2 centaines, je ne peux pas les partager en 3. **Je n'aurai donc pas de centaines au quotient**. Ce sera un **donc quotient à 2 chiffres**. »*

```
c  d  u
2  5  7  | 3
   1     |------
         | 8
         | d  u
```

« en 25, il y a 8 fois 3. Il me reste 1 dizaine, Ça fait 17 unités »

```
c  d  u
2  5  7  | 3
   1  7  |------
      2  | 8  5
         | d  u
```

« en 17, il y a 5 fois 3. Il me reste 2unités »

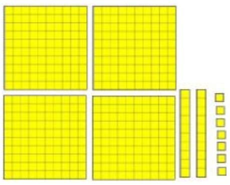
« je ne peux plus partager 2 unités. Ma division est terminée. Je note les deux résultats et je me vérifie : q=85 et r=2 257 = (3 x 85) + 2

La manipulation n'est plus forcément nécessaire ici mais elle n'est évidemment pas à interdire à celui dont l'image mentale est encore insuffisamment construite.

Cas d’un zéro dans le nombre du quotient.

Il s’agit là d’un piège très classique. Il pourra être évité tout d’abord en ayant habitué les élèves à toujours anticiper sur le nombre de chiffres au quotient. Ensuite, il faudra verbaliser plusieurs fois la procédure, sur plusieurs exemples donc. Par ailleurs, lors de la première rencontre de cette situation, le matériel pourra de nouveau être ressorti, afin que cette verbalisation ne reste pas abstraite pour certains mais s’appuie bien sur une vérification concrète.

427 : 4 ?

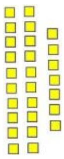


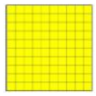
4

c	d	u				
4	**2**	**7**	**4**			
			c	d	u	

« J’ai 4 centaines, je peux les partager en 4.
J’aurai donc des centaines au résultat.
*Et **donc je suis sûr d’avoir un quotient à 3 chiffres**. »*

Je peux m’occuper des centaines, je distribue et il reste :





c	d	u			
4	**2**	**7**	**4**		
			1		
			c	d	u

« En 4 il y a 1 fois 4.
J’ai distribué 1 centaine à chaque,
il ne m’en reste aucune. »

J’ai pas assez de dizaines, elles sont cassées en unités, je distribue et il reste :

c	d	u			
4	**2**	**7**	**4**		
	2				
			1	0	
			c	d	u

« j’ai 2 dizaines à partager en 4,
et bien ils n’auront pas de dizaines »

« je ne peux plus partager 3 unités.
Ma division est terminée.
Je note les deux résultats et je me vérifie :
q=106 et r=4
427 = (4 x 106) + 3 »

c	d	u			
4	**2**	**7**	**4**		
	2	7			
		3	1	0	6
			c	d	u

« dans 27 unités il y a 6 fois 4,
J’ai distribué 24 unités, il en reste 3 »

Il s’agit ici la fin de la progression sur les divisions au CE2 tel que le propose les programmes.

Au CM1, passage à 2 chiffres au diviseur.

Après une période de réactivation de ce qui a été mis en place au CE2. Il sera proposé aux élèves des situations problèmes identiques à celles du CE2 (groupement et partage) avec des énoncés similaires, la nouvelle variable introduite sera alors le diviseur à deux chiffres.

Tout comme au CE2, on commencera par des nombres facilement manipulables et en tout premier lieu 25.

Exemple partage :
« *Le capitaine des pirates va partager de façon équitable le trésor contenant 862 pièces d'or entre les 25 hommes de sa bande.*»
Exemple groupement :
« 862 pommes sont à répartir dans des cagettes devant contenir 25 pommes chacune »

L'élève doit théoriquement être habitué à reconnaître ces deux situations relevant de la division. Avec ce nombre de 25, il avait pour habitude au CE2 de chercher directement son résultat en calcul mental. Seulement il s'agissait de plus petits nombres. Le besoin de poser la division va donc se ressentir. On indique alors à l'élève qu'il lui suffit de raisonner selon le même principe : chercher combien de fois 25. On aura alors le raisonnement suivant :

	c	d	u		
	8	**6**	**2**	**2**	**5**
				d	u

« J'ai 8 centaines, je ne peux pas les partager en 25. Je n'aurai donc pas de centaines au quotient.
Ce sera donc un quotient à 2 chiffres. »

	c	d	u		
	8	**6**	**2**	**2**	**5**
-	7	5			
	1	1		3	
				d	u

« J'ai 86 dizaines. En 86, il y a 3 fois 25.
Il me reste 11 dizaines,
Ça fait 112 unités »

	c	d	u		
	8	**6**	**2**	**2**	**5**
-	7	5			
	1	1	2	3	4
-	1	0	0	d	u
		1	2		

« J'ai 112 unités. En 112, il y a 4 fois 25.
Il me reste 12 unités. »
« ma division est terminée je note les résultats et je me vérifie »
q = 34 et r = 12
862 = (25 x 34) + 12

Les élèves ont vu au CE2 qu'ils pouvaient avoir recours à la soustraction à gauche si besoin. S'ils pouvaient s'en passer avec des diviseurs à un chiffre, cette fois ils devront y avoir recours.

Le principe et toujours le même, en commençant la division à 2 chiffres avec des diviseurs tel que 10 , 15, 25, 50, on se garantit de travailler exclusivement sur l'objectif « division à 2 chiffres ».

Une fois que les élèves prennent de l'assurance on introduira alors la difficulté supplémentaire qui est de travailler sur des nombres difficilement manipulables en calcul mental. C'est à ce stade que l'on introduira alors la notion de recherche/hypothèse, c'est-à-dire de poser des multiplications sur son brouillon pour s'approcher de la meilleure valeur. Les élèves les plus mal à l'aise avec cette phase préliminaire de recherche pourront eux construire intégralement le répertoire. Il n'y a pas là à imposer l'une ou l'autre méthode mais de laisser l'élève adopter celle qui lui correspond, de passer de l'une à l'autre.

Exemple élève A
Hypothèse/recherche

	c	d	u		
	9	**3**	**5**	**4**	**7**
-	4	7			
	4	6	5	1	9
-	4	2	3	d	u
		4	2		

« Je dois m'approcher de 93, je vise 9.
2 fois 4 donne 8, c'est presque 9
Donc j'essaie avec 2
47 x 2 j'ai trouvé 94, zut j'ai dépassé
Et bien je vais prendre 1 »

« Je dois m'approcher de 465, je vise 46
9 fois 4 donne 36,
J'essaie avec 9
47 x 9 j'ai trouvé 423, ça marche,
Je prends 9 »

Exemple élève B
Création du répertoire

	c	d	u		
	9	**3**	**5**	**4**	**7**
-	4	7			
	4	6	5	1	9
-	4	2	3	d	u
		4	2		

1 x 47 = 47
2 x 47 =94
3 x 47 =141
4 x 47 =188
5 x 47 =235
6 x 47 =282
7 x 47 =329
8 x 47 =376
9 x 47 =423

« Je commence à construire le répertoire de la table de 47.
Je m'arrête dès que je dépasse 93.
À 2, j'ai déjà dépassé, je prends 1. »

« je poursuis mon répertoire pour m'approcher de 465.
Ah, ça a été long,
il m'a fallu aller jusqu'à 9 »

Se passer progressivement de la manipulation

L'objectif visé est bien entendu que l'élève puisse se passer de la manipulation. Cela ne pourra se faire que de manière progressive et différenciée, chaque élève ne construisant pas les concepts au même rythme. Il est important que l'élève sache bien que même s'il se passe de la manipulation, il pourra toujours y avoir de nouveau recours en cas de doute ou d'erreur.

Élèves en difficulté

Concernant les élèves en difficulté, il est préférable de leur permettre de disposer en permanence du matériel. Selon les cas, le temps d'aide personnalisée pourra être utilisé. Il peut être l'occasion d'un travail en petit groupe sur la verbalisation nécessaire de la procédure mise en œuvre, surtout concernant le lien et donc le transfert manipulation et opération posée. Il peut permettre également la préparation en amont avec manipulation des mêmes opérations proposées ultérieurement en classe sans la manipulation.

Dans tous les cas, même si la manipulation n'est plus utilisée en classe, le simple fait que l'enseignant la propose à chaque début de nouvelle étape permet à l'élève de se construire une image mentale qui va rendre les aides en différenciation (classe ou aides personnalisées) plus efficientes.

Références utilisées pour l'animation

Bibliographie :
- Donner Du Sens Aux Mathématiques Tome 2 - Nombres, Opérations Et Grandeurs Nathalie Pfaff chez BORDAS
- ERMEL chez HATIER
- "J'APPRENDS LES MATHS" livre du maitre CE2 de Brissiaud chez RETZ
- CAP maths livre du maitre CE2 chez HATIER

Matériel :
Le matériel multibase utilisé en animation a été construit à partir de feuilles de plastique trouvée en papèterie classique, marque Canson en 70cmx50cm. Deux feuilles suffisent pour construire du matériel pour 12 élèves. Toutefois elles ont le léger désavantage de ne pas être assez épaisses.
Il est possible de trouver une qualité supérieure (épaisseur de 0,8 mm) en ligne à l'adresse suivante : http://commerce.sage.com/POLYDIS/ rubrique polypropylène.