



**TOUCHE ECONOMIQUE**  
**LA REVUE DE LA N.A.I.**

# **LA MOINDRE CARRE ORDINAIRE : Un apport géométrique a l'analyse statistique**

**Houédikin Tonahouédo Morel HONDI ASSAH**

*Keywords : test de Durbin et Watson,*

*test de Student*

 La Touche Economique, 2012, tous droits réservés. L'accès aux archives de la « Touche Economique » nécessite l'accord avec les conditions générales d'utilisation. Une utilisation commerciale ou impression systématique constitue une infraction pénale.

**N.A.I.**

**FEVRIER 2013**

*L'apport de la géométrie  
dans la modélisation  
MCO*

## SOMMAIRE

QUELQUES APPORTS INTRODUCTIFS

PROBLEMATIQUE

L'EQUATION DE REGRESSION

BIBLIOGRAPHIE

# LA MOINDRE CARRE ORDINAIRE : Un apport géométrique a l'analyse statistique

## QUELQUES APPORTS INTRODUCTIFS

La théorie économique, et surtout la macro-économie, regorge d'un ensemble de spécifications : les fonctions de Cobb-Douglas pour la production, de Bischoff pour l'investissement, de Houthaker-Taylor pour la consommation, etc... les spécifications sont variées : il s'agit du choix des variables et de leur forme : en niveau, en taux de croissance, quotient de variables ,logarithmes, variations, variables retardées etc....

Modèle	Formule	Propriété fondamentale
Linéaire	$Y = a X + b$	la variation de Y est proportionnelle à la variation de X
Log-linéaire	$Y = B (X)^a$	le taux de variation de Y est proportionnel au taux de variation de X
Exponentiel	$Y = e^{(a X + b)}$	le taux de variation de Y est proportionnel à la variation de X
Logarithmique	$Y = a \ln(X) + b$	la variation de Y est proportionnelle au taux de variation de X

La théorie économique joue un rôle important dans la spécification d'un modèle, les données ne doivent servir qu'à valider ou invalider les hypothèses que l'on émet. Il est donc nécessaire de bien comprendre les hypothèses sous-jacentes à chacune des fonctions proposées. Il est claire que l'économétrie dispose de plusieurs méthodes statistiques parmi tant d'autres on peut citer : les moindres carrées ordinaires, les modèles a correction d'erreur, les vecteurs autorégressif, le modèle a changement de régime markovien etc...Cette touche est axé sur l'application de la méthode des moindres

carrées ordinaires et dans cette optique la finesse et la cohérence théoriques sont ici les critères essentiels. On doit prendre en compte aussi des limites des statistiques disponibles.

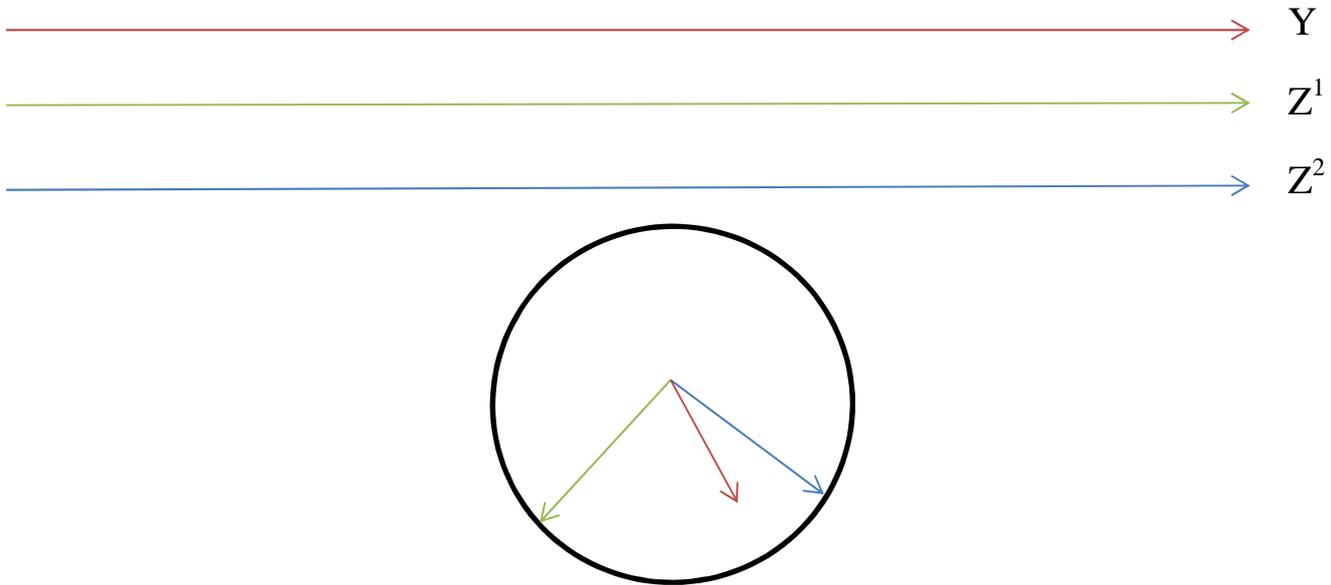
## PROBLEMATIQUE

La tâche propre de l'économétrie est d'estimer les paramètres (les coefficients) des équations par ajustement sur les séries passées. L'ajustement conduit parfois à réviser la spécification, c'est-à-dire que lorsqu'une variable admet de coefficient non significatif, ou qu'elle a un coefficient d'effet contraire à celui théoriquement attendu. L'économétrie, en tant que méthode de quantification ne donne que des indications et non des preuves : c'est pourquoi une spécification ne peut prouver, mais seulement qu'elle n'a pas été rejetée par les tests donc de façon statistique. Il faut donc faire très attention lors de l'utilisation des résultats obtenues car on prend un risque lorsqu'on retient une hypothèse rejetée par l'économétrie et chaque choix effectuer doit pouvoir être justifier. L'estimation et l'interprétation des indicateurs techniques issus de l'estimation par la moindre carré ordinaire, au-delà de sa méthode classique à un apport géométrique qui permet de cerner dans le plan comme dans l'espace leurs sens statistique et statistiquement géométrique. Mais que peut-on retenir de cette touche ?

## UNE EQUATION DE REGRESSION

Soit  $Y$  : Une série chronologique en fonction de  $h$  et qui varie de  $1$  à  $H$ . L'on souhaite l'expliquer par une relation bien spécifier et tenant en compte  $r$  variables explicatives noté :  $Z^1, \dots, Z^r$  avec  $Z^k$  la variable explicative courante ( $k = 1, \dots, r$ ). L'équation à estimer se présente comme suit :  $Y_h = a_1 Z_h^1 + a_2 Z_h^2 + \dots + a_r Z_h^r$ , ou  $Y_h = \sum_k a_k Z_h^k$   
Notons que à chaque ensemble des  $H$  observations relatives à une variable peut être associé un vecteur de l'espace à  $H$  dimensions. Lorsqu'on suppose que  $p = 2$  ; on peut avoir une situation de ce type : deux vecteurs qui se coupent en un point et formant un

plan dont le champ dépend de la dimension des deux vecteurs. Ce champ, lorsqu'il est finit (C'est-à-dire : les vecteurs sont des segments ayant des mesures fixes), nous auront la représentation dont les vecteurs se présentent comme suit dans un espace restreint au cercle :



$Z^1$  et  $Z^2$  définissent un plan. Si  $Y$  appartenait à ce plan, il serait clair que les coefficients  $a_k$  soient les coordonnées de  $Y$  dans la base formée par  $Z^1$  et  $Z^2$ . Mais généralement,  $Y$  n'appartient pas au plan formé par  $Z^1$  et  $Z^2$  et l'explication de  $Y$  par  $Z^1$  et  $Z^2$  s'avère incomplète. Il peut y avoir des erreurs de mesure c'est-à-dire des aléas, ou encore la spécification a sans doute négligé une variable explicative importante. C'est comme si la seule raison pour laquelle  $Y$  n'appartient pas au plan trouve sa source dans les erreurs de mesure sur  $Y$ , ou dans des aléas statistiques. Les coordonnées des erreurs se déterminent en faisant la différence entre  $Y$  à la date  $h$  et  $Y^*$ . Or le  $Y^*$  n'étant pas connue, l'estimation de ce dernier se fait par projections de  $Y$  dans le plan, ce qui donnerait plusieurs points  $Y^*$  appartenant à ce plan et le seul point apte à minimiser les erreurs est celle qui serait moins éloigné de  $Y$  soit le  $Y^*$  donné par projection orthogonale de  $Y$  dans le plan formé par les vecteurs  $Z^1$  et  $Z^2$ . Alors que s'il n'y avait pas d'erreur, on aurait trouvé :  $Y^*_h = \sum_k a_k Z^k_h$  avec les  $a_k$  les coefficients réels. L'ajustement, oblige à

faire hypothèse que la spécification est vraie ce qui amène à tester cette hypothèse. Ajoutons que l'analyse s'adapte aussi au plan plus grand formé par les vecteurs  $Z^1$  et  $Z^2$ .

## **BIBLIOGRAPHIE**

Michel VOLLE, Eléments d'Econométrie 2001

BOURBONAIS REGIS, livre d'économétrie. 8<sup>ième</sup> Edition

## **APPORTS EXPLICATIFS:**

La projection de  $Y$  en  $\underline{Y}^*$  se fait selon la définition canonique de l'orthogonalité : C'est la distance euclidienne canonique,  $(\text{distance})^2 = \sum (\text{différence des coordonnées})^2$ . On dit que l'on utilise les (MCO). Dans certains cas, on doit supposer que entre les coordonnées de  $\varepsilon$  il existe des relations telles que sa distribution de probabilité n'est plus sphérique, mais ellipsoïdale. Il est important de souligner l'utilité d'une métrique particulière, selon la méthode des " moindres carrés généralisés " (MCG). Elle est notamment utile lorsque  $\varepsilon_t$  est fortement corrélé avec  $\varepsilon_{t-1}$  et le test de Durbin et Watson permet de savoir si l'on est dans ce cas. Les variables  $z^k$  peuvent être presque colinéaires (il existe, dans le paquet des  $p$  vecteurs  $z^k$ , des vecteurs faisant un angle aussi petit). La détermination des coefficients  $a_k$  est alors entachée d'une imprécision et le test de Student permet de savoir si l'on est dans ce cas. L'économétrie comporte des raffinements, mais la plupart du temps les choses se passent simplement : on estime les  $a_k$  par MCO, et on ne fait autrement que si le test de Durbin et Watson est mauvais, ou si le test de Student est mauvais pour une variable importante. Des méthodes préprogrammées dans les logiciels d'économétrie permettent alors de s'en sortir. (Confère : Michel VOLLE, Eléments d'Econométrie)

# TABLE DES MATIERES

QUELQUES APPORTS INTRODUCTIFS..... 2

PROBLEMATIQUE ..... 3

L'EQUATION DE REGRESSION ..... 3

BIBLIOGRAPHIE ..... 5